Acústica 2020
XI Congreso Ibérico de Acústica
51º Congreso Español de Acústica
TECNIACÚSTICA 2020

A HYBRID MAGNETIC-ULTRASONIC TECHNIQUE FOR SPECTRAL VISCOELASTIC CHARACTERIZATION OF SOFT SOLIDS

Rafael Tarazona, Alejandro Cebrecos, Noé Jiménez, Francisco Camarena

Instituto de Instrumentación para Imagen Molecular (I3M), CSIC - Universitat Politècnica de València, Spain
e-mail: nojigon@upv.es

Resumen

Presentamos una técnica híbrida que combina fuerzas magnéticas y ondas ultrasónicas para caracterizar de forma explícita el módulo elástico complejo de sólidos blandos en el dominio de la frecuencia. Para ello, empleamos una configuración experimental clásica de ultrasonidos magnetomotrices (MMUS) que combina una bobina utilizada para la excitación magnética con un sistema phased array para medir la dinámica de una esfera ferromagnética rígida incrustada en un medio viscoelástico de gelatina. El método depende de una evaluación precisa de la impedancia mecánica del sistema, es decir, tanto la fuerza aplicada como el subsiguiente desplazamiento causado en la esfera. El uso de fuerzas magnéticas permite cuantificar con precisión la fuerza aplicada mientras que los ultrasonidos permiten la medida del desplazamiento de la esfera con una precisión micrométrica. Se presentan resultados caracterizando el módulo de cizalla complejo en función de la frecuencia para una gelatina bajo la acción de un pulso magnético. El método proporciona una estimación explícita del módulo de cizalla complejo en el dominio de la frecuencia, de manera análoga a los métodos de análisis mecánico directo (DMA), por lo que va más allá del cálculo de los coeficientes de modelos reológicos simples como los de Kelvin-Voigt o Maxwell.

Palabras clave: modulo elástico, elastografía, ultrasonidos, magnetismo, MMUS,

Abstract

We present a hybrid technique that combines magnetic forces and ultrasonic waves to explicitly characterize the complex elastic modulus of soft solids in the frequency domain. For that purpose, we employ a classical Magneto-Motive Ultrasound (MMUS) experimental setup that combines a coil used for magnetic excitation with a phased array ultrasound system to measure the dynamics of a rigid ferromagnetic sphere embedded in a gelatin phantom. The method relies on the precise evaluation of the mechanic impedance of the system, i.e., both the applied force and the subsequent displacement caused on the sphere. The use of magnetic forces allows the applied force to be accurately quantified while ultrasound allows the fast tracking of the displacement of the sphere with micrometric precision. Results showing the complex and frequency dependent shear modulus for a gelatin phantom using a short magnetic pulse as the excitation force are presented. The method provides an explicit estimation of the complex shear modulus in the frequency domain, analogous to direct mechanical analysis (DMA) methods, providing information that goes beyond the coefficients of simple rheological models such as Kelvin-Voigt or Maxwell.

Keywords: complex modulus, elastography, ultrasound, magnetism, MMUS.

PACS nº. 43.55.Ka, 43.55.Br, 43.58.Ta, 43.20.Fn

1 Introducción

La evaluación de las propiedades mecánicas de los medios viscoelásticos es de interés en aplicaciones biomédicas, donde se ha demostrado que las propiedades biomecánicas de los tejidos están a menudo correlacionadas con su estado fisiológico [1–3], y en la industria, donde el conocimiento de las propiedades mecánicas del medio permite predecir las propiedades, el aspecto, el procesamiento y el rendimiento de los polímeros [4], de hormigón [5], de asfalto [6] o de alimentos [7].

La respuesta mecánica de una esfera sólida sometida al efecto de una fuerza externa puede emplearse para determinar las propiedades viscoelásticas del medio circundante. Esta relación fue explorada por primera vez teóricamente por Oestreicher considerando un modelo reológico tipo Kelvin-Voigt [8]. Más tarde, Ilinskii obtuvo las respuestas de desplazamiento estático y transitorio de esferas elásticas y burbujas incrustadas en un medio elástico [9], y Aglyamov et al. ampliaron el trabajo a un medio viscoelástico [10]. Posteriormente, en 2011 Urban et al. propusieron un desarrollo teórico para describir la respuesta dinámica de la esfera tanto en el tiempo como en el dominio de frecuencia de manera generalizada, describiendo el movimiento de esta con independencia del modelo de viscoelasticidad empleado [11].

A partir de estos trabajos teóricos, se han llevado a cabo varios estudios para caracterizar localmente maniquís (phantoms) de tejido blando excitando una esfera mediante la fuerza de radiación acústica producida en el foco por un haz ultrasónico. El grupo del Prof. Greenleaf presentó un modelo cuantitativo capaz de estimar las propiedades materiales del medio que rodea a una esfera excitada por dos haces de ultrasonidos de frecuencias cercanas [12]. El grupo del Prof. Emelianov evaluó localmente el módulo de cizalla de un medio utilizando la fuerza de radiación acústica generada en el foco de un haz de ultrasonido focalizado y excitado con un pulso corto [13].

Un problema común en las técnicas basadas en fuerza de radiación acústica es que es difícil medir o estimar con precisión la magnitud de la fuerza aplicada. Esto se debe principalmente a que las ondas ultrasónicas se atenúan a medida que se propagan a través de los tejidos heterogéneos, y la magnitud de la fuerza depende de la geometría, de las propiedades acústicas del medio como la absorción, además de que los efectos débilmente no lineales pueden ser relevantes en su estimación. La incertidumbre en la estimación de la fuerza repercute directamente en la exactitud de los parámetros viscoelásticos estimados.

En este trabajo presentamos una técnica híbrida que combina fuerzas magnéticas y ondas ultrasónicas para caracterizar de forma explícita el módulo elástico complejo de sólidos blandos en el dominio de la frecuencia. El método depende de una evaluación precisa de la impedancia mecánica del sistema, es decir, tanto la fuerza aplicada como el subsiguiente desplazamiento causado en la esfera. Por un lado, el uso de fuerzas magnéticas permite cuantificar con precisión la fuerza aplicada mientras que, por el otro, los ultrasonidos permiten la medida del desplazamiento de la esfera con una precisión micrométrica. Ello resulta en una estimación robusta de la elasticidad del medio.

2 Modelo físico

El módulo de compresibilidad de la mayoría de los tejidos blandos es varios órdenes de magnitud más alto que su módulo de cizalla. Por lo tanto, para modelar las deformaciones por cizallamiento de baja frecuencia estos medios pueden considerarse medios viscoelásticos incompresibles, cuyas ecuaciones de movimiento para un medio de tipo Kelvin-Voigt vienen dadas por [10]:

$$\rho\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial t^2} = -\nabla p + \mu\nabla^2\mathbf{u} + \eta\nabla^2\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}, \tag{1}$$

Dónde $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t,\mathbf{r})$ es el vector de desplazamiento, $p = p(\mathbf{r})$ es la presión interna, μ y η son los coeficientes de elasticidad transversal y el coeficiente de viscosidad, respectivamente, ρ es la densidad

del medio y t es el tiempo. Asumiendo una convención de Fourier del tipo $e^{-i\omega t}$, las ecuaciones de movimiento en el dominio de la frecuencia se escriben como

$$-\nabla P + G\nabla^2 \mathbf{U} + \rho\omega^2 \mathbf{U} = 0, \tag{2}$$

dónde P y $\mathbf{U}$ son las trasformadas de Fourier de p y $\mathbf{u}$, respectivamente, ω es la frecuencia angular y

$$G = (\mu - i\eta\omega) \tag{3}$$

es el módulo de cizalla complejo para un material viscoelástico tipo Kelvin-Voigt. Consideramos una esfera rígida incrustada en el medio viscoelástico sometida a una fuerza externa transitoria $F_z^{\text{ext}}(t)$, aplicada en su superficie y actuando en dirección z. En el dominio de la frecuencia, y para pequeños desplazamientos, la componente z del desplazamiento de la esfera $U_z(\omega)$ y la transformada de Fourier de la fuerza externa $F_z^{\text{ext}}(\omega)$ están linealmente relacionados mediante [9]:

$$F_z^{\text{ext}}(\omega) = \left[-M\omega^2 + 6\pi GR\left(1 - ikR - \frac{1}{9}k^2R^2\right)\right] U_z(\omega), \tag{4}$$

dónde $M = 4\pi\rho_s R^3/3$ es la masa, ρ_s es la densidad y R es el radio de la esfera sólida, y k es el número de onda compleja en el medio viscoelástico dado por la relación de dispersión

$$k = \omega\sqrt{\frac{\rho}{\mu - i\eta\omega}} = \omega\sqrt{\frac{\rho}{G(\omega)}}. \tag{5}$$

Sustituyendo (5) en (4), y definiendo la impedancia mecánica como el cociente entre la fuerza aplicada sobre la esfera y la velocidad que esta experimenta como

$$Z_m(\omega) = \frac{F_z^{ext}}{i\omega U_z}, \tag{6}$$

podemos obtener, después de un poco de álgebra, una expresión explícita para el módulo complejo de cizalla en función de la frecuencia como

$$G(\omega) = \frac{(4\beta - 7)\,\rho\pi^2 R^4\omega^2 + 3\sqrt{\rho\pi^3 R^5\omega^2\left[(5 - 8\beta)\,\rho\pi R^3\omega^2 - 6Z_u\right]} + 3\pi R Z_u}{18\pi^2 R^2}, \tag{7}$$

dónde $Z_u = i\omega Z_m$. En el sistema propuesto, la fuerza F_z^{ext} puede ser estimada con gran precisión puesto que los tejidos biológicos blandos son, en general, medios diamagnéticos. Por tanto, si se caracteriza el sistema generador electromagnético, así como la posición de la esfera ferromagnética, es posible obtener una estimación muy exacta del espectro de la excitación empleada. Por otro lado, el sistema eco-impulso empleado para el seguimiento de desplazamientos mediante la correlación de los ecos permite obtener experimentalmente los desplazamientos y sus espectros, $U_z(\omega)$. Como consecuencia, la impedancia de la esfera puede ser estimada experimentalmente, resultando en un cálculo explícito para obtener el módulo elástico.

Cabe señalar que, aunque aquí asumimos que el material tiene una viscoelasticidad tipo Kelvin-Voigt, el método ofrece el módulo elástico en función de la frecuencia, y puede ser empleado para caracterizar otros tipos de materiales viscoelásticos.

3 Métodos experimentales

3.1 Sistema experimental

La Figura 1 muestra el set-up experimental utilizado, que consta de dos bloques principales: uno destinado a generar la fuerza magnética que actúa sobre la esfera ferromagnética, y otro encargado de la estimación del desplazamiento experimentado por ésta. Para producir la fuerza magnética en la esfera se dispone de una bobina de espiras de cobre (S1013, Solen Inc.) con altura y radio de 45 mm y 178 mm respectivamente, con un núcleo de acero ferrítico (AISI 430 steel) de radio 35 mm que

permite incrementar la magnitud del campo magnético generado. La excitación de la bobina se realiza mediante una señal de tensión amplificada mediante un amplificador de potencia de 2800 W (FP14000) y diseñada apropiadamente para obtener en la bobina un impulso de corriente triangular con un tiempo de subida, $t_r = 1$ ms. La señal se carga en el AWG (Rigol DG1022) y su activación se controla a través de una señal TTL de sincronización procedente del sistema ultrasónico Phased-Array (Vantage 256). Por otro lado, para obtener la fuerza experimental que se ejerce sobre la esfera se requiere la medición de la intensidad de corriente que circula por la bobina. Para ello, se emplea una sonda de corriente (TA018, Pico Technology) conectada a un osciloscopio (Rigol MSO1104Z).

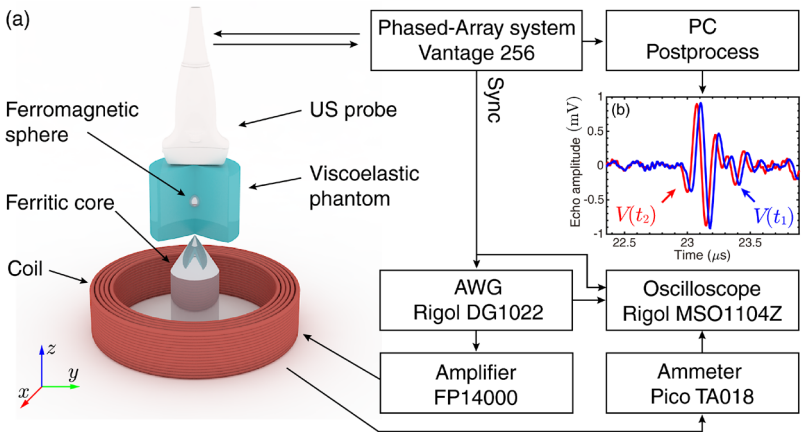


Figura 1. (a) Diagrama esquemático del montaje experimental empleado. (b) Ejemplo de señales adquiridas.

3.2 Estimación de la fuerza

La fuerza magnética que actúa sobre un pequeño elipsoide de volumen V debido a la presencia de la densidad de flujo magnético B_0 a lo largo del eje z viene dada por [14]:

$$F_z^{\text{ext}}(z,t) = \frac{\chi V}{\mu_0} B_0(z,t) \frac{\partial B_0(z,t)}{\partial z} \left[\frac{\cos^2\theta}{1+\chi D_a} + \frac{\sin^2\theta}{1+\chi D_r} \right], \tag{8}$$

donde χ es la susceptibilidad magnética volumétrica de la partícula, μ_0 es la permeabilidad magnética en el vacío, D_a y D_r son los factores de desmagnetización a lo largo del eje de simetría y radial, respectivamente, y θ es el ángulo entre el eje de simetría de la partícula y la dirección del campo magnético (z). Para una partícula esférica, $D_a = D_r = 1/3$. Se pueden encontrar otras relaciones para otras geometrías.

La esfera ferromagnética usada en este experimento está hecha de un acero de baja aleación (AISI 52100), que tiene una permeabilidad magnética relativa $\mu_r > 300$, por lo tanto, la susceptibilidad magnética volumétrica $\chi \gg 1$; puede considerarse un material ferromagnético blando [15]. Como tal, tanto la coercitividad como la histéresis que presenta son relativamente pequeñas y se pueden despreciar para este material en nuestro experimento. Además, todas las medidas en este estudio se realizan a valores relativamente bajos de campo magnético (máximo alrededor de 100 mT), insuficientes para saturar el material. Nótese que la saturación magnética de la esfera puede estimarse aproximadamente en torno a 2 T para un acero de baja aleación con menos del 2% de cromo [16]. Por lo tanto, y teniendo en cuenta la geometría esférica del objeto ferromagnético empleado y que éste se encuentra alineado con el campo magnético, en el eje z del sistema axisimétrico, la fuerza que actúa sobre la esfera ferromagnética de radio R se reduce a [14]

$$F_z^{\text{ext}}(z,t) = -\frac{4\pi R^3}{\mu_0} B_z(z,t) \frac{\partial B_z(z,t)}{\partial z}. \tag{9}$$

Nótese que para un material ferromagnético blando la relación entre la fuerza del campo magnético, $\mathbf{H}$, y la magnetización del material, $\mathbf{M}$, no depende de las propiedades magnéticas del material [17] y está dada por $\mathbf{H} = -3\mathbf{M}$: así, la fuerza mecánica inducida es independiente de la susceptibilidad, χ. Obsérvese también que la Ec. (9) sólo puede aplicarse si el sistema es axisimétrico, es decir, la esfera debe estar ubicada con precisión en el eje del núcleo ferrítico.

Esta expresión se ha utilizado en el presente estudio para calcular la fuerza magnética teórica sobre la esfera a partir de la simulación del campo magnético. En particular, empleando el método de los elementos finitos, se ha simulado el campo magnético resultante tras excitar la bobina con una corriente eléctrica. De esta manera, se ha obtenido un modelo que sigue una ley de potencia que ofrece la fuerza ejercida en función de la corriente eléctrica que circula por la bobina y la distancia de la bola al núcleo ferromagnético, dado por

$$F_0 = I_0^2 \, \alpha z^{\gamma}, \tag{10}$$

dónde I_0 es la corriente en la bobina, z es la posición de la esfera y α y γ son los parámetros libres del modelo. Como resultado de dicha calibración, y para el sistema propuesto, obtenemos $\alpha = 2.66 \cdot 10^{-10}$ N/A^{2}m$^{\gamma}$ y $\gamma = -2.3$ para distancias en el rango $-3 < z < 30$ mm, como se muestra en la Fig. 2 para diferentes valores de corriente continua.

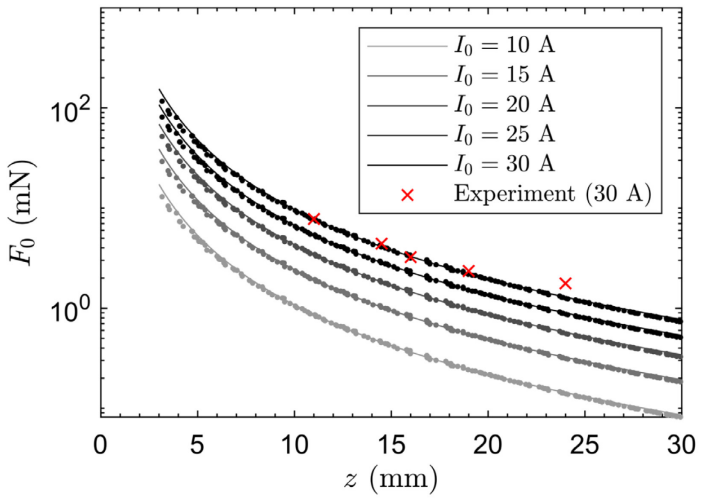


Figura 2. Resultados de la calibración del sistema de excitación electromagnético. Datos de la simulación (círculos), modelo ajustado (línea continua), y experimento (cruces rojas) para distintas intensidades de corriente.

Los resultados del modelo teórico propuesto se han validado experimentalmente empleando una balanza mecánica (Cent-O-Gram Modelo 311, Ohaus), con una precisión de 0.01 g (≈ 0.1 mN). Para ello, y en ausencia de material viscoelástico, se ha medido de forma directa la fuerza magnética en función de la distancia de la bola a la punta del núcleo ferrítico cuando la bobina era alimentada por una corriente continua de 30 A. Los resultados obtenidos se muestran en forma de cruces rojas en la Fig. 2, indicando un acuerdo excelente con el modelo teórico propuesto.

3.3 Estimación del desplazamiento

El desplazamiento de la esfera se estima mediante los desplazamientos temporales de los ecos producidos empleando el sistema Phased-Array (Vantage 256) mostrado en la Fig. 1. El sistema envía y recibe las señales impulsivas desde cada uno de los 64 elementos de la sonda ultrasónica, ajustando los retardos entre los elementos para focalizar la señal sobre la posición de la esfera durante la emisión, y recibiendo los ecos procedentes de la bola, empleando una tasa de repetición (PRF, por sus siglas en inglés), de 4000 Hz, permitiendo la recepción de un eco cada 0.25 ms.
La posición de la esfera se obtiene mediante la correlación cruzada off-line entre las señales de RF obtenidas previamente a la excitación magnética, cuando la esfera se encuentra en reposo, una vez se

ha producido la excitación, cuando se encuentra en movimiento. Para detectar el movimiento se capturan ecos muestreados a una frecuencia de 31.2 MHz. Posteriormente, las señales son interpoladas hasta una frecuencia de muestreo final de 15.6 GHz, lo que permite estimar los desplazamientos de la bola con una resolución aproximada de $0.1\ \mu\mathrm{m}$.

Como medio viscoelástico, se considera un phantom de gelatina de forma cilíndrica con un diámetro de 50 mm y un volumen de 75 ml. La composición contiene una mezcla de agua, glicerol (99,5% de pureza) en una concentración del 40% del volumen total y polvo de gelatina (200 Bloom) en una concentración de 60 g/l. Durante el proceso de generación del phantom, se introduce una esfera de acero normalizado (AISI 52100) de 2 mm de diámetro posicionado a 15 mm desde la superficie inferior del mismo.

El procedimiento de medida es el siguiente: primero, la muestra se prepara y sitúa encima del núcleo ferrítico de la bobina, tal y como se observa en la Fig. 1. Segundo, la bobina se excita eléctricamente y un pulso magnético genera una fuerza sobre la esfera ferromagnética. Tercero, el movimiento de la esfera se captura mediante el sistema Phased Array. Finalmente, obtenidas las señales experimentales de fuerza y desplazamiento debidamente sincronizadas, los parámetros viscoelásticos del medio son calculados de forma explícita y en función de la frecuencia aplicando la Ec. (7) Este procedimiento se realiza 3 veces para este experimento a una temperatura de 26ªC.

4 Resultados

4.1 Valores experimentales de fuerza y desplazamiento

En la Figura 3(a) se observa, en trazo de puntos, la fuerza impulsiva que se ejerce sobre la esfera ferromagnética cuando se aplica un pulso triangular de 2 ms de duración e intensidad máxima, $I = 10$ A.

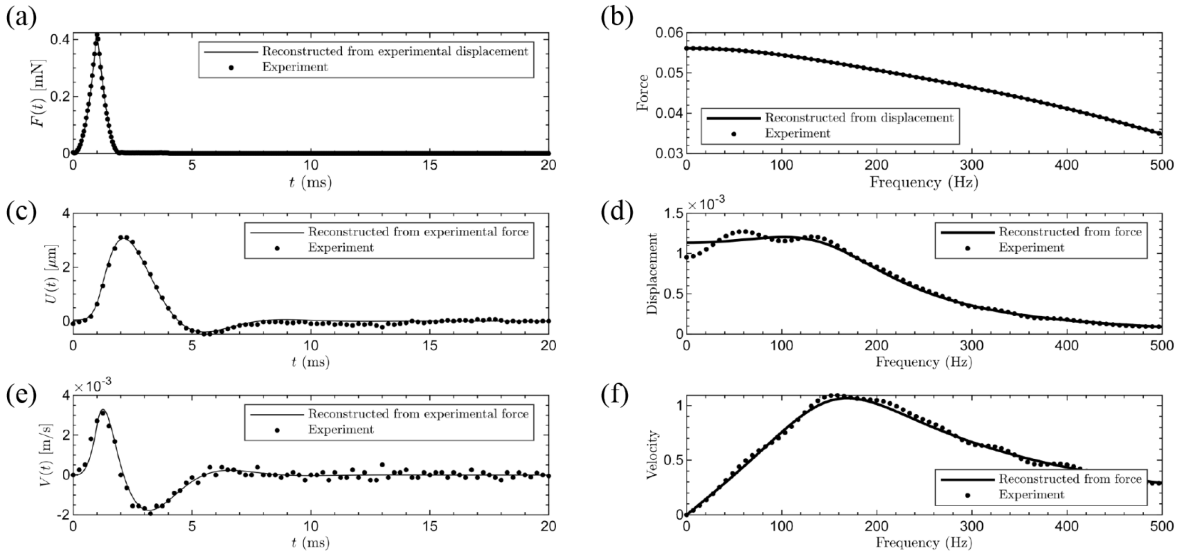


Figura 3. Señales experimentales de fuerza, desplazamiento y velocidad en función del tiempo y la frecuencia, junto con las señales modelizadas a partir de los parámetros viscoelásticos obtenidos en el método.

La fuerza se obtiene mediante la captura de la corriente que realiza el amperímetro durante la excitación de la bobina, aplicando posteriormente el modelo representado en la Ec. (10). El empleo de un pulso de fuerza de corta duración permite disponer de energía en un cierto ancho de banda, como puede observarse en la Fig. 3(b), donde se representa la fuerza en el dominio de la frecuencia. En las

Figs. 3(c, d) se representa, en trazo de puntos, el desplazamiento de la esfera medido mediante los desplazamientos temporales de los ecos producidos empleando el sistema ultrasónico. Finalmente, en las Figs. 3(d, e) se representa la velocidad de la esfera obtenida a partir de la derivación temporal de la señal de desplazamiento, en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Considerando la Ec. (7) y asumiendo que todos los parámetros relacionados con la esfera y el medio viscoelástico, son conocidos, el conocimiento de la impedancia mecánica del sistema a partir de la fuerza y el desplazamiento/velocidad experimentales permite la extracción del módulo de cizalla complejo de forma explícita.

4.2 Parámetros viscoelásticos obtenidos

De la Ec (7), y conociendo $F_{\mathrm{ext}}(\omega)$ y $U(\omega)$, se obtiene el valor complejo del módulo de cizalla, $G(\omega)$. Los resultados obtenidos en función de la frecuencia se representan en trazos de puntos en Fig. 5. Si se asume que el medio viscoelástico puede ser descrito mediante un modelo Kelvin-Voigt, el resultado obtenido puede ser ajustado para obtener los coeficientes del modelo, el coeficiente elástico, μ, y el viscoso, η. Para ello, se realiza un ajuste para encontrar una constante independiente a la frecuencia que minimice el error de los valores medidos de $G(\omega)$ en la zona que se encuentra por debajo de la frecuencia de resonancia.

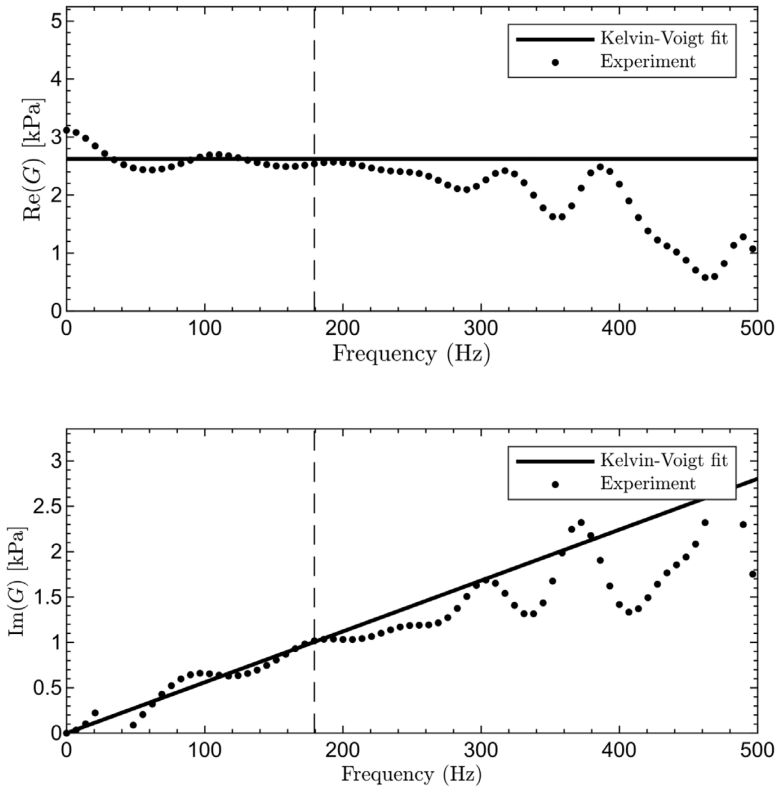


Figura 4. Respuesta viscoelástica del material. Parte real e imaginaria del módulo de cizalla en función de la frecuencia y ajuste del modelo Kelvin-Voigt en la región inferior a la frecuencia de resonancia.

Los valores encontrados mediante el ajuste son $\mu = 2.63\ \mathrm{kPa}$ para la parte real de $G(\omega)$, $\eta = 0.89\ \mathrm{Pa \cdot s}$ para la parte imaginaria. Con objeto de valorar si el medio viscoelástico analizado se comporta efectivamente como un material de tipo Kelvin-Voigt, es decir, valorar la bondad del ajuste realizado, se reconstruyen las señales de fuerza, desplazamiento y velocidad empleando la Ec. (7) de forma inversa. Así, considerando los valores de los parámetros del módulo de cizalla complejo, μ y η, obtenido aplicando el modelo de Kelvin-Voigt, por un lado, y una de las dos señales experimentales medidas, i.e., fuerza (o desplazamiento), por otro lado, puede reconstruirse la señal de desplazamiento

(o fuerza). Las curvas de fuerza, desplazamiento y velocidad reconstruidas siguiendo esta metodología se muestran como líneas continuas en la Fig. 3, tanto en el dominio del tiempo como en la frecuencia, observándose un excelente acuerdo con las señales experimentales medidas, lo que indica que el medio viscoelástico analizado se comporta de forma aproximada como un material de tipo Kelvin-Voigt. Finalmente, es importante destacar que el método empleado no predetermina que el material se haya de comportar de esta manera, ya que no se produce ninguna presuposición acerca del tipo de modelo que describa el comportamiento elástico del medio.

5 Conclusiones

En este trabajo se presente un método explicito para determinar las propiedades elásticas de un material en función de la frecuencia a partir de la estimación de la fuerza aplicada y del desplazamiento generado en una esfera ferromagnética de tamaño milimétrico. El método depende de una evaluación precisa de la impedancia mecánica del sistema, es decir, tanto la fuerza aplicada como el subsiguiente desplazamiento causado en la esfera. El uso de fuerzas magnéticas permite cuantificar con precisión la fuerza aplicada mientras que los ultrasonidos permiten la medida del desplazamiento de la esfera con una precisión micrométrica. Se presentan resultados que muestran la dependencia con la frecuencia del módulo de cizalla complejo para un material viscoelástico constituido por una gelatina, empleando impulsos magnéticos con diferente contenido espectral. Además, se muestra que el material estudiado se puede describir de forma adecuada con un modelo elástico de tipo Kelvin-Voigt, validando los ajustes realizados mediante la reconstrucción de las señales de fuerza, desplazamiento y velocidad, a partir de los parámetros obtenido mediante el modelo Kelvin-Voigt. Finalmente, el método proporciona una estimación explícita del módulo de cizalla complejo en el dominio de la frecuencia, de manera análoga a los métodos de análisis mecánico directo (DMA), por lo que va más allá del cálculo de los coeficientes de modelos reológicos simples como los de Kelvin-Voigt o Maxwell.

Agradecimientos

Esta investigación ha sido financiada por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades de España a través de las becas "Juan de la Cierva - Incorporación" IJC2018-037897-I y PID2019-111436RB-C22, por la Agència Valenciana de la Innovació a través del proyecto INNCON/2020/009. A.C. recibió apoyo financiero de la UPV a través del programa PAID-10-19. Acción cofinanciada por la Unión Europea a través del Programa Operativo del Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER) de la Comunitat Valenciana IDIFEDER/2018/022.

Referencias

[1] S. Aglyamov and A. S.- Biophysics, “Mechanical properties of soft biological tissues,” *Biophysics (Oxf).*, vol. 45, no. 6, pp. 1103–1111, 2000.

[2] J. Ophir *et al.*, “Elastography: Imaging the elastic properties of soft tissues with ultrasound,” *Journal of Medical Ultrasonics*, vol. 29. pp. 155–171, 2002, doi: 10.1007/bf02480847.

[3] A. P. Sarvazyan, “Elastic properties of soft tissues,” in *Handbook of elastic properties of solids, liquids and gases*, vol. 3, Academic Press, 2001, pp. 107–127.

[4] M. Shaw and W. MacKnight, *Introduction to polymer viscoelasticity*. John Wiley & Sons, 2005.

[5] L. F. Fan, L. N. Y. Wong, and G. W. Ma, “Experimental investigation and modeling of viscoelastic behavior of concrete,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 48, pp. 814–821, 2013, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2013.07.010.

[6] S. Y. Alam and F. Hammoum, “Viscoelastic properties of asphalt concrete using micromechanical self-consistent model,” *Arch. Civ. Mech. Eng.*, vol. 15, no. 1, pp. 272–285, Jan. 2015, doi: 10.1016/j.acme.2014.02.005.

[7] N. Jiménez, R. Picó, F. Camarena, J. Redondo, and B. Roig, “Ultrasonic evaluation of the hydration degree of the orange peel,” *Postharvest Biol. Technol.*, vol. 67, pp. 130–137, May

2012, doi: 10.1016/j.postharvbio.2011.12.020.
[8] H. L. Oestreicher, "Field and Impedance of an Oscillating Sphere in a Viscoelastic Medium with an Application to Biophysics," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 23, no. 6, pp. 707–714, Nov. 1951, doi: 10.1121/1.1906828.
[9] Y. A. Ilinskii, G. D. Meegan, E. A. Zabolotskaya, and S. Y. Emelianov, "Gas bubble and solid sphere motion in elastic media in response to acoustic radiation force," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 117, no. 4, pp. 2338–2346, Apr. 2005, doi: 10.1121/1.1863672.
[10] S. R. Aglyamov, A. B. Karpiouk, Y. A. Ilinskii, E. A. Zabolotskaya, and S. Y. Emelianov, "Motion of a solid sphere in a viscoelastic medium in response to applied acoustic radiation force: Theoretical analysis and experimental verification," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 122, no. 4, pp. 1927–1936, Oct. 2007, doi: 10.1121/1.2774754.
[11] M. W. Urban, I. Z. Nenadic, S. A. Mitchell, S. Chen, and J. F. Greenleaf, "Generalized response of a sphere embedded in a viscoelastic medium excited by an ultrasonic radiation force," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 130, no. 3, pp. 1133–1141, Sep. 2011, doi: 10.1121/1.3613939.
[12] S. Chen, M. Fatemi, and J. F. Greenleaf, "Remote measurement of material properties from radiation force induced vibration of an embedded sphere," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 112, no. 3, pp. 884–889, Sep. 2002, doi: 10.1121/1.1501276.
[13] A. B. Karpiouk, S. R. Aglyamov, Y. A. Ilinskii, E. A. Zabolotskaya, and S. Y. Emelianov, "Assessment of shear modulus of tissue using ultrasound radiation force acting on a spherical acoustic inhomogeneity," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 56, no. 11, pp. 2380–2387, 2009, doi: 10.1109/TUFFC.2009.1326.
[14] J. F. Schenck, "Safety of strong, static magnetic fields," *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, vol. 12, no. 1. John Wiley and Sons Inc., pp. 2–19, 2000, doi: 10.1002/1522-2586(200007)12:1<2::AID-JMRI2>3.0.CO;2-V.
[15] J. F. Schenck, "The role of magnetic susceptibility in magnetic resonance imaging: MRI magnetic compatibility of the first and second kinds," *Med. Phys.*, vol. 23, no. 6, pp. 815–850, Jun. 1996, doi: 10.1118/1.597854.
[16] D. DeAntonio, "Soft magnetic ferritic stainless steels," *Adv. Mater. Process.*, vol. 161, no. 10, pp. 29–32, 2003.
[17] R. Fitzpatrick, "Classical Electromagnetism." [Online]. Available: https://farside.ph.utexas.edu/teaching/jk1/Electromagnetism.pdf.