UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

IGIC Instituto de Investigación para la Gestión Integrada de Zonas Costeras

TECNIACUSTICA VALLADOLID 2013

Ondas Acústicas de Amplitud Finita en Medios con Relajación:

Aplicación a la Modelización de Tejidos Biológicos

Noé Jiménez, Javier Redondo,
Víctor Sánchez-Morcillo, Francisco Camarena

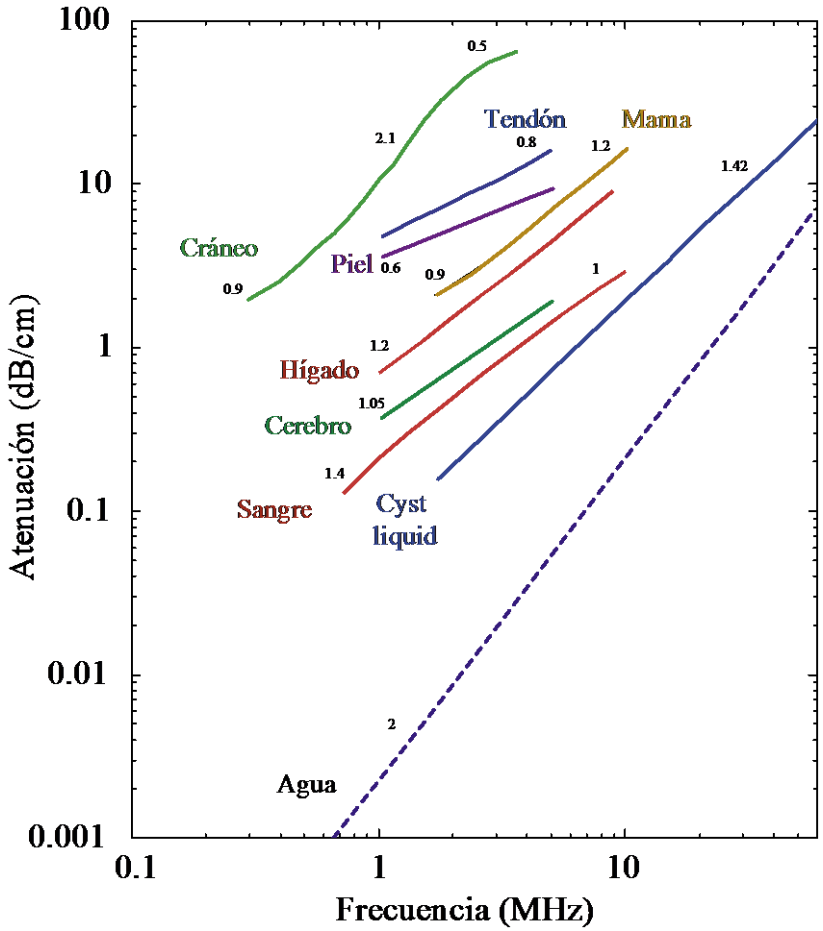
Motivación

- Predicción
  - Ondas acústicas para aplicaciones médicas
- Medios biológicos
  - heterogéneos / complejos: dispersión y atenuación ≈ ley de potencia
- Alta intensidad
  - No linealidad
- Geometría compleja
  - C.C. no paraxiales
  - no propagación one-way
- Formulación
  - No convolutiva
  - All wave phenomena
  - Multiphysics (flujos, temperatura, optoacústica, …)

Introducción

- Estructura microscópica
  - Heterogénea (fluido-sólido)
  - Compleja
  - Cuasi-periódica…
- Modelización
  - Micro-modelado
    - λ << estructura
  - Homogeneización
    - λ >> estructura
- Tejidos blandos
  - Fluido “con estructura”
  - Atenuación / dispersión

$$\alpha(f) = \alpha_0 f^{\gamma}$$



C.R. Hill et. all. Physical Principles of Medical Ultrasonics. John Wiley & Sons, 2004

Modelización TD ley de potencia $\alpha(f) = \alpha_0 f^{\gamma}$

- Operadores clásicos
  - Amortiguado (f^0)

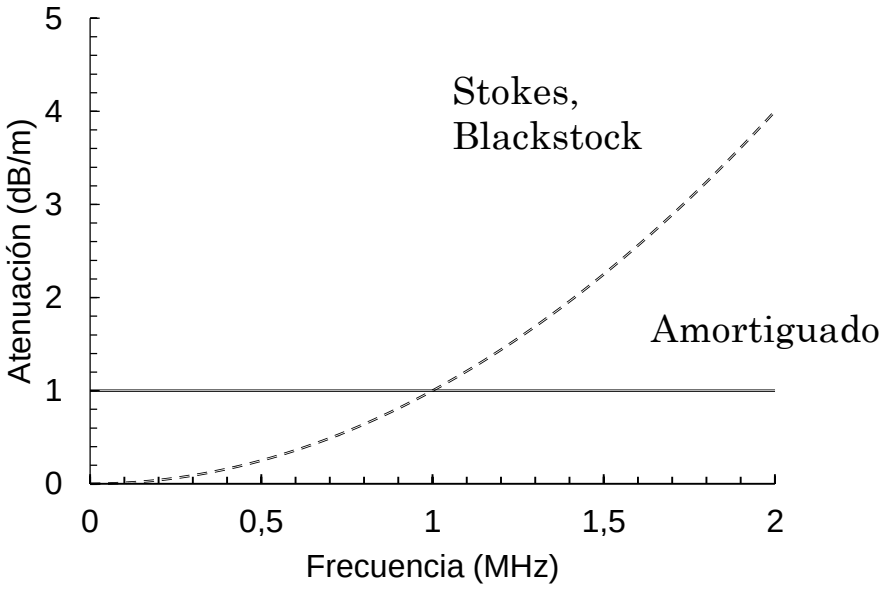
$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \alpha \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

  - Stokes (f^2)

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \eta \frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 p = 0$$

  - Blackstock (f^2)

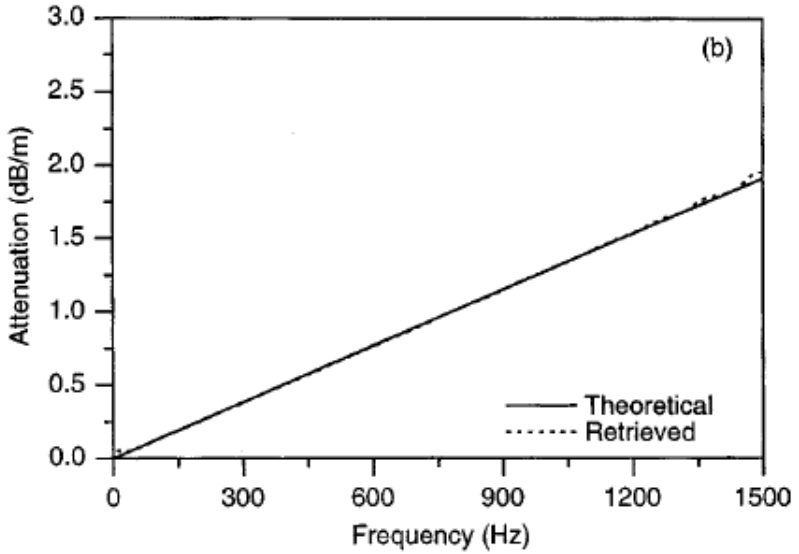
$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \eta \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} = 0$$



Modelización TD ley de potencia $\alpha(f) = \alpha_0 f^{\gamma}$

- Operadores de pérdidas
  - Convolutivas

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - L_\gamma * p = 0$$



G. V. Norton, *Including dispersion and attenuation directly in the time domain for wave propagation in isotropic media*. J. Acoust. Soc. Am. **113** (6) (2003)

Modelización TD ley de potencia $\alpha(f) = \alpha_0 f^{\gamma}$

- Derivadas fraccionales

	Damped	Blackstock	Szabo	Stokes	Chen and Holm	Caputo/ Wismer
Π	$\frac{\partial}{\partial t}$	$\frac{\partial^3}{\partial t^3}$	$\frac{\partial^{y+1}}{\partial t^{y+1}}$	$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2$	$\frac{\partial}{\partial t}(-\nabla^2)^{y/2}$	$\frac{\partial^{y-1}}{\partial t^{y-1}}\nabla^2$
$\alpha \propto$	ω^0	ω^2	ω^y	ω^2	ω^y	ω^y

Bradley E. Treebya and B. T. Cox, *Modeling power law absorption and dispersion for acoustic propagation using the fractional Laplacian,* J. Acoust. Soc. Am. **127** 5, May 2010

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \tau^{\gamma-1}\frac{\partial^{\gamma-1}}{\partial t^{\gamma-1}}\nabla^2 p = 0$$

J. F. Kelly and R. J. McGough. *Fractal ladder models and power law wave equations* J. Acoust. Soc. Am., Vol. 126, No. 4, October 2009

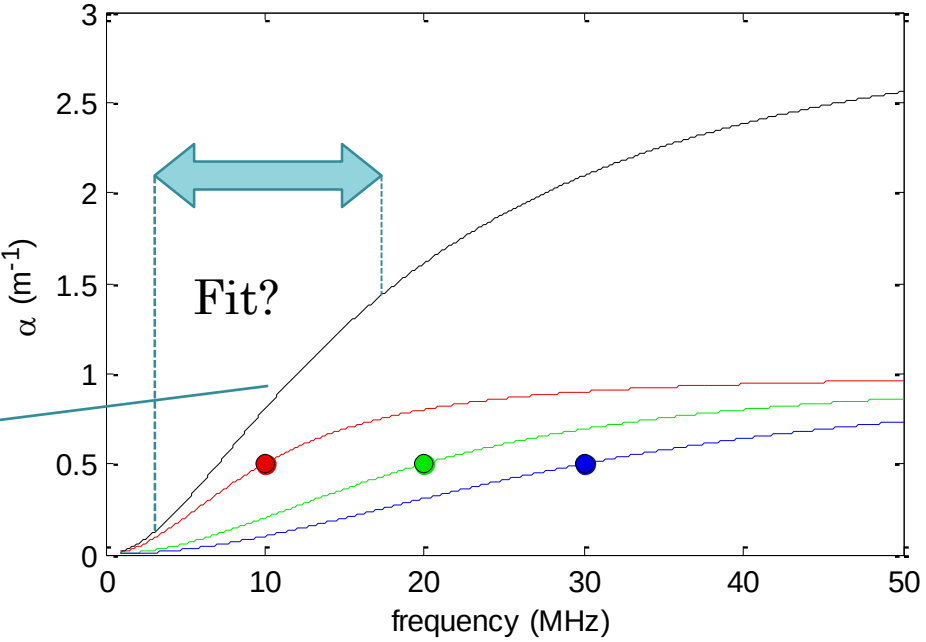
Modelización TD ley de potencia $\alpha(f)=\alpha_0 f^{\gamma}$

- Relajación

$$\alpha(\omega)=\frac{\omega^2}{\rho_0 c_0^3}\left(\zeta+\frac{4}{3}\eta\right)+\sum_{n=1}^{N}\frac{\eta_n}{2c_0\tau_n}\frac{\omega^2\tau_n^2}{1+\omega^2\tau_n^2}.$$

$\alpha=\alpha_0 f^{\gamma}$

$1<\gamma<2$



f_1=10 MHz, f_2=20 MHz, f_3=30 MHz

Modelización: No linealidad y relajación

- Ecuaciones de conservación de masa, momento y estado

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v})$$

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}\right) = -\nabla p + \eta\nabla^2\mathbf{v} + \left(\zeta + \frac{1}{3}\eta\right)\nabla(\nabla\cdot\mathbf{v})$$

Viscosidad $\alpha(f) = \alpha_0 f^2$

$$p = c_0^2\rho' + \frac{c_0^2}{\rho_0}\frac{B}{2A}\rho'^2 - \int_{-\infty}^{t} G(t-t')\rho' dt$$

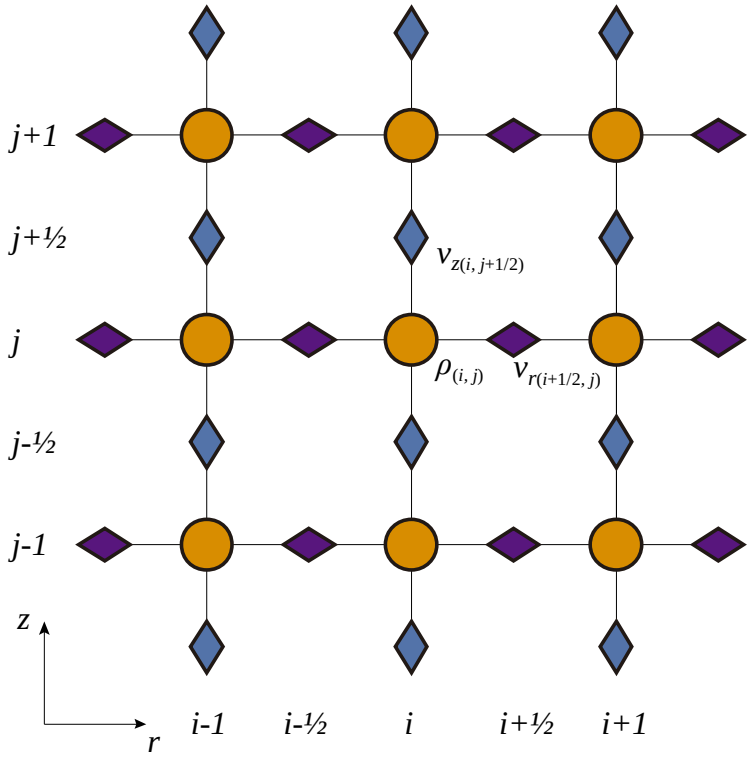
Relajación $\alpha(f) = L(f)$

Modelización: No linealidad y relajación

- Formulación no convolutiva
  - Múltiple relajación exponencial $$G_n(t) = \frac{\eta_n c_0^2}{\tau_n} e^{\frac{-t}{\tau_n}} H(t)$$
    $$\int_{-\infty}^{t} G(t-t')\rho' dt = \sum_{n=1}^{N} G_n * \rho'$$
  - Variable estado $$S_n = G_n * \rho'$$
  - Evolución $$\frac{\partial S_n}{\partial t} = \left(-\frac{1}{\tau_n} \frac{\eta_n c_0^2}{\tau_n} e^{-\frac{t}{\tau_n}} H(t) + \frac{\eta_n c_0^2}{\tau_n} \right) * \rho'$$
  - Finalmente… $$\boxed{\frac{\partial S_n}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_n} S_n + \frac{\eta_n c_0^2}{\tau_n} \rho'} \qquad \boxed{p = c_0^2 \rho' + \frac{c_0^2}{\rho_0} \frac{B}{2A} \rho'^2 - \sum_{n=1}^{N} S_n}$$

Método computacional FDTD

- Características
  - Dominio temporal
  - No linealidad
  - Atenuación / dispersión
  - C.C. arbitrarias
  - C.I. arbitrarias
  - No One-way
  - No paraxial
  - Una variable por proceso
  - PML (54dB)



Nonlinear Acoustics FDTD method including Frequency Power Law Attenuation for Soft Tissue Modeling

N. Jiménez, J. Redondo, F. Camarena, V. Sánchez-Morcillo, Y. Hou and E. E. Konofagou

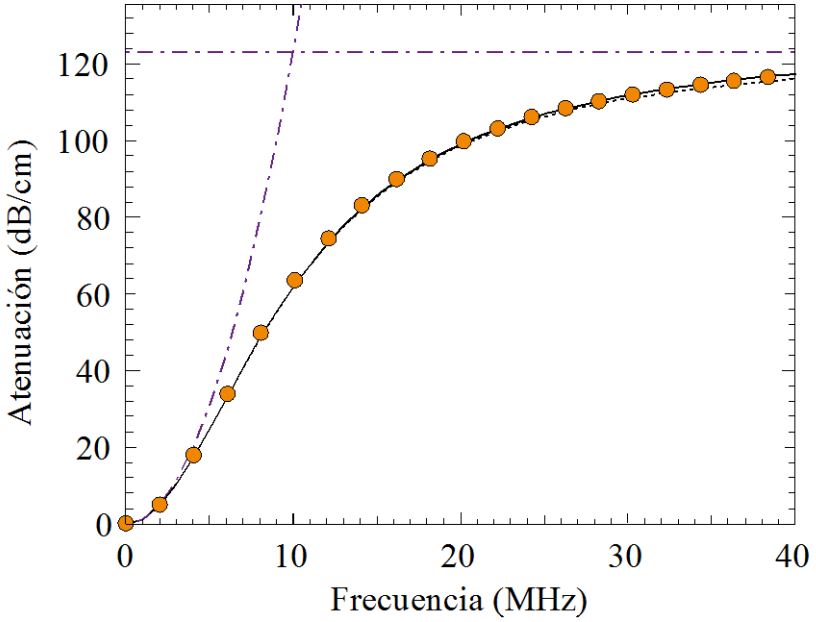
To be submitted in 2013

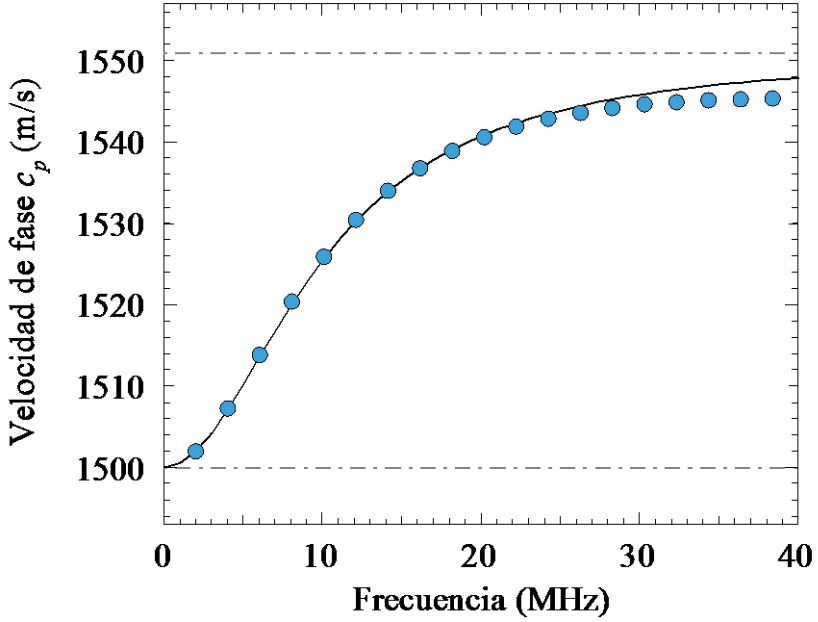
Resultados: Proceso Simple

- Atenuación y dispersión

$$\alpha = \frac{\eta\omega^2\tau^2}{2c_0\tau\left(1+\omega^2\tau^2\right)}$$

$$c = c_0\left(1+\frac{\eta\omega^2\tau^2}{2\left(1+\omega^2\tau^2\right)}\right)$$

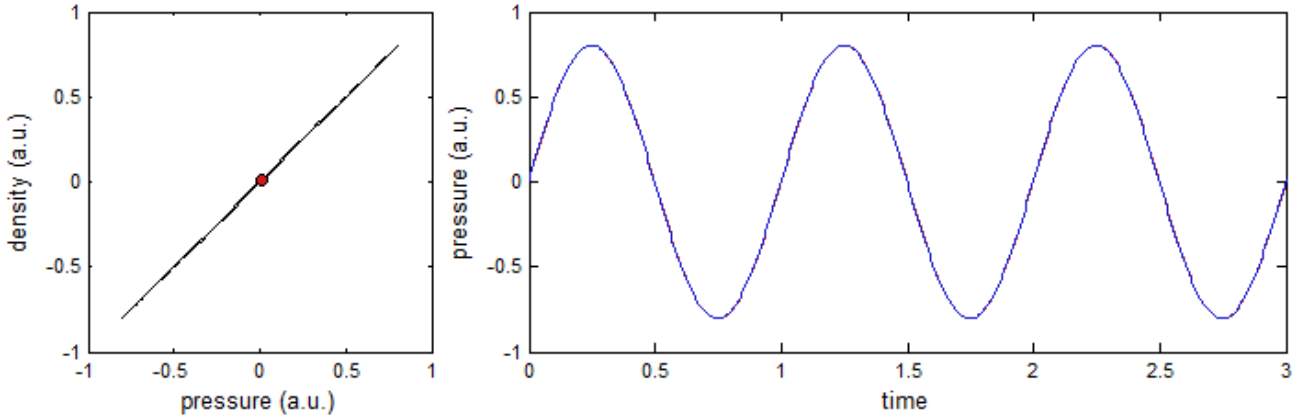




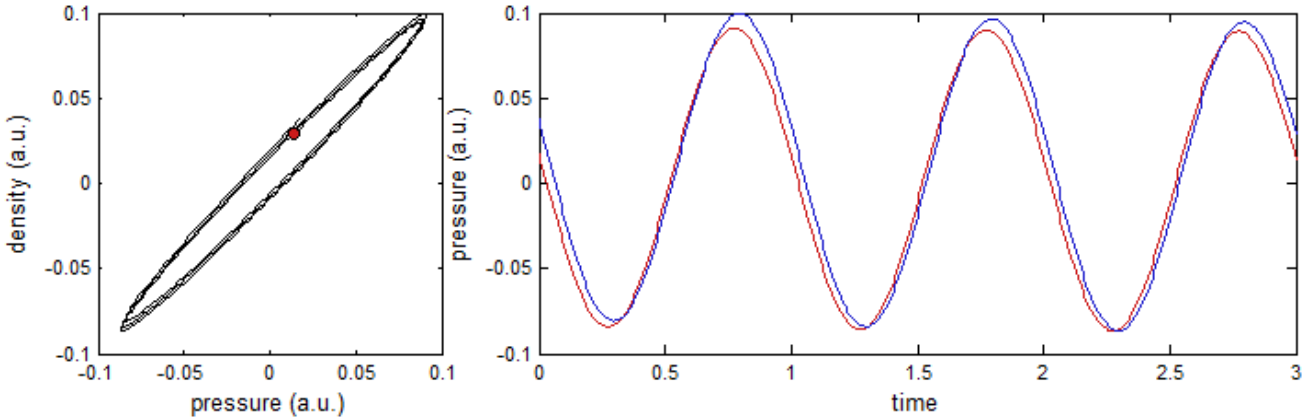
Espacio de fases

- Lineal

Sin pérdidas



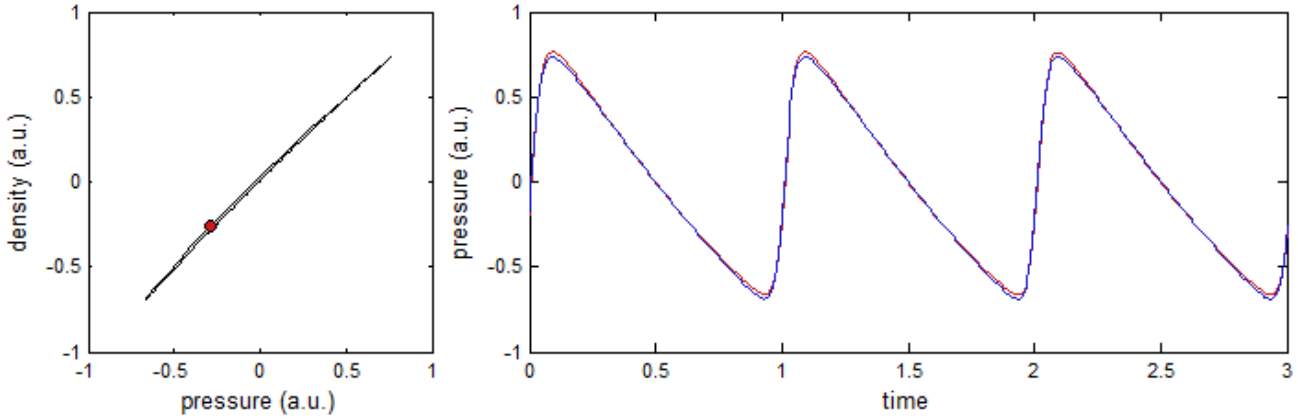
Relajación



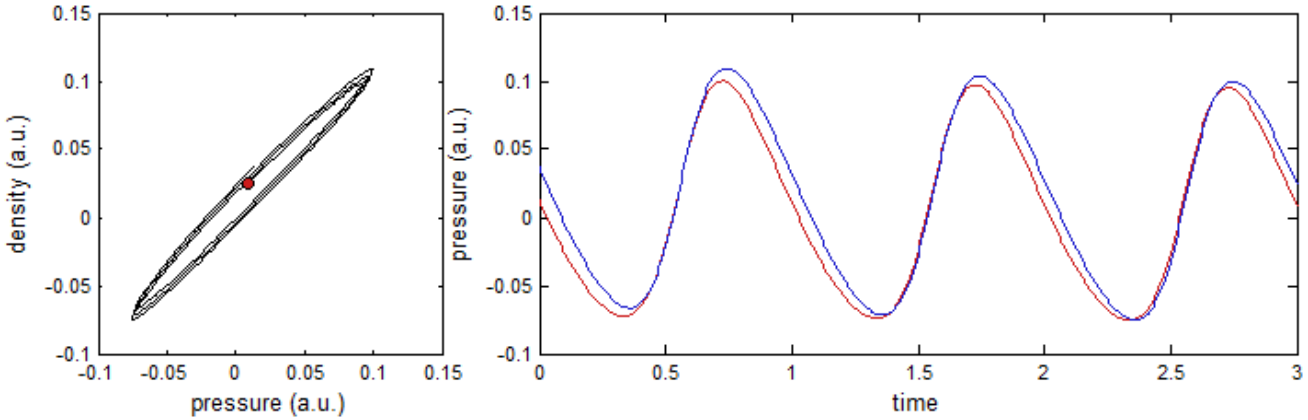
Espacio de fases

- No Lineal

Termoviscosidad



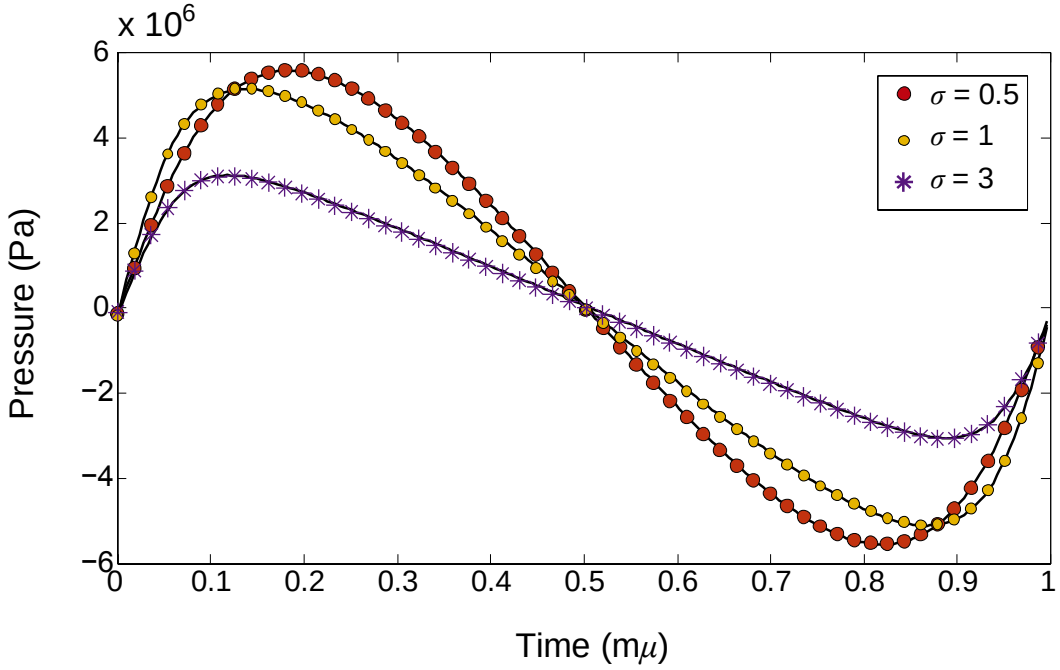
Relajación



Régimen no lineal

- Comparación con la solución de Mendousse

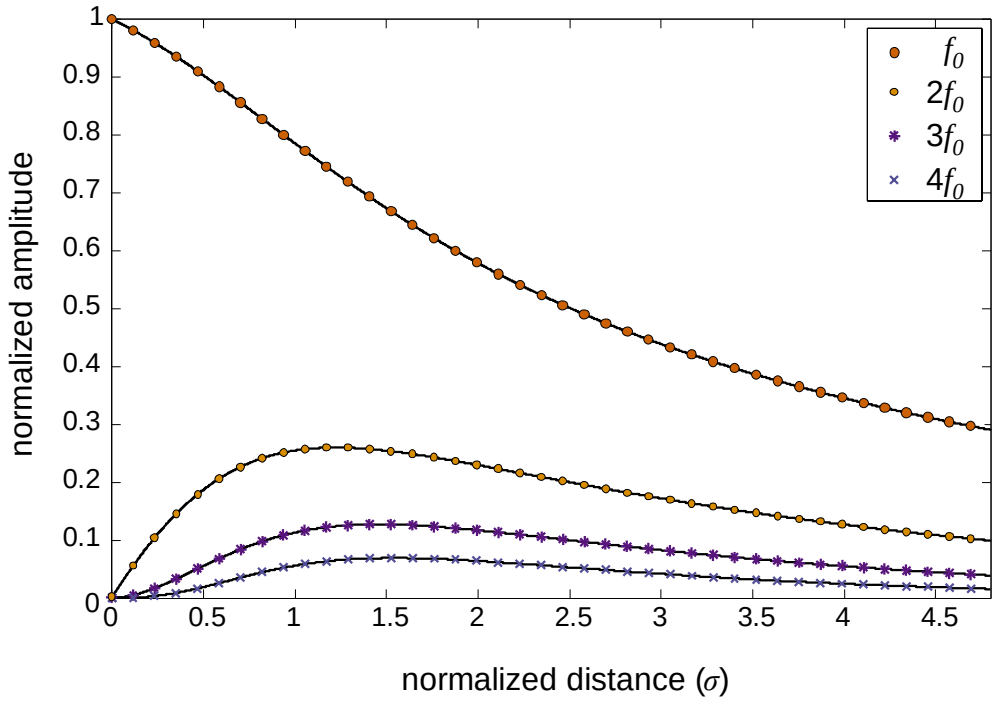
$$\frac{p}{p_0} = \frac{\frac{4}{\Gamma}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} I_n\left(\frac{\Gamma}{2}\right) n e^{-n^2\sigma/\Gamma} \sin(n\omega t')}{I_0\left(\frac{\Gamma}{2}\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n} I_n\left(\frac{\Gamma}{2}\right) n e^{-n^2\sigma/\Gamma} \cos(n\omega t')}$$



Régimen no lineal

- Comparación con la solución de Mendousse

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\frac{4}{\Gamma}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} I_n\left(\frac{\Gamma}{2}\right) n e^{-n^2\sigma/\Gamma} \sin(n\omega t')}{I_0\left(\frac{\Gamma}{2}\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n} I_n\left(\frac{\Gamma}{2}\right) n e^{-n^2\sigma/\Gamma} \cos(n\omega t')}$$



Modelado de Tejidos Biológicos

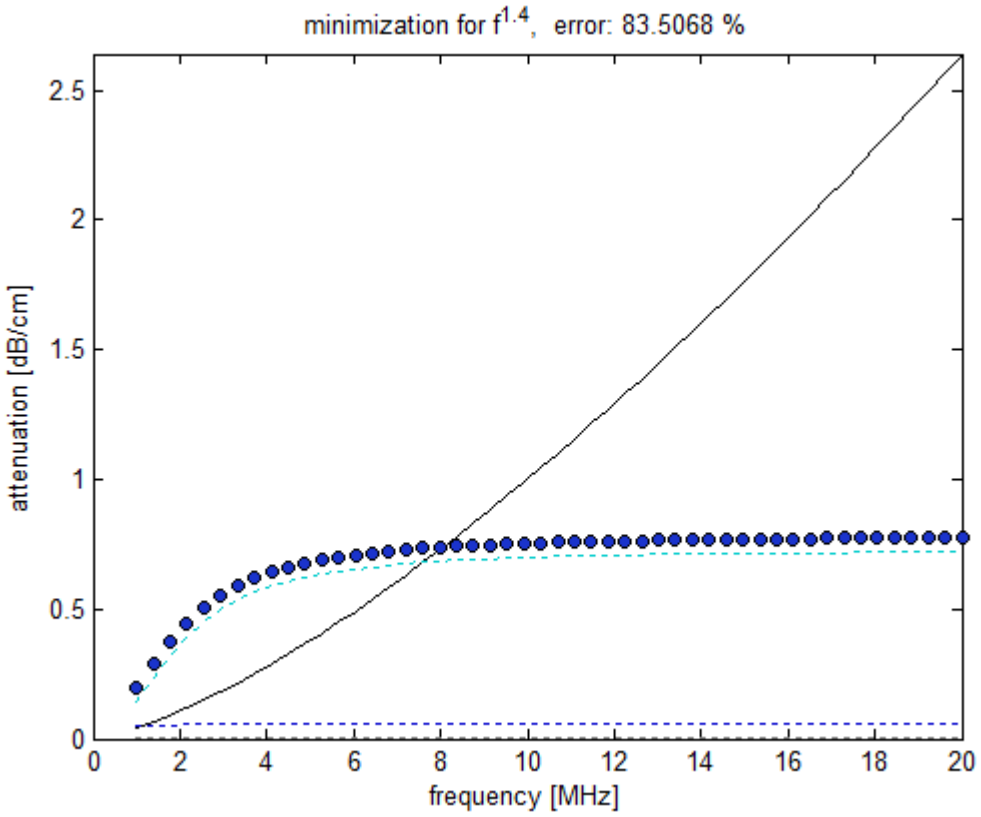
- Optimización

$$\alpha_{goal} = \alpha_0 f^{\gamma}$$

$$\alpha = \frac{\omega^2}{\rho_0 c_0^3}\left(\zeta + \frac{4}{3}\eta\right) + \sum_{n=1}^{N} \frac{\eta_n}{2c_0\tau_n} \frac{\omega^2\tau_n^2}{1+\omega^2\tau_n^2}$$

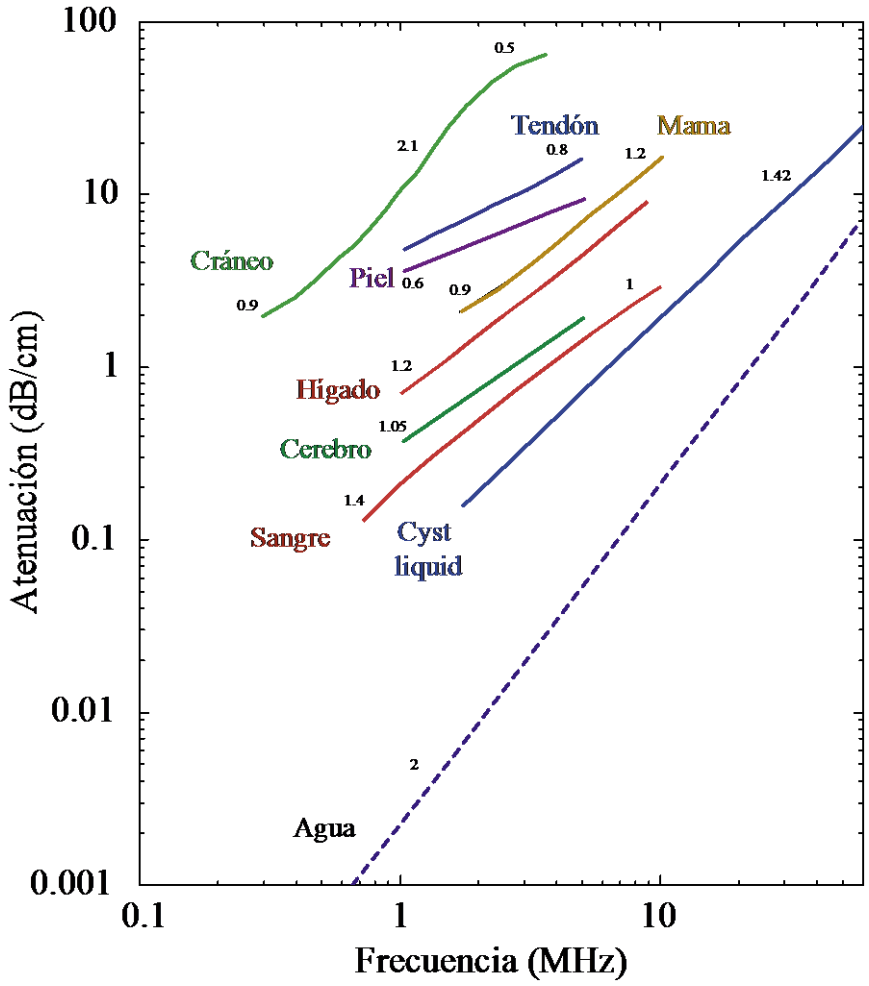
- Minimizar

$$\varepsilon = \int_{f_1}^{f_2} \left(\frac{\alpha - \alpha_{goal}}{\alpha_{goal}} \right) df$$



Modelado de Tejidos Biológicos

- Optimización

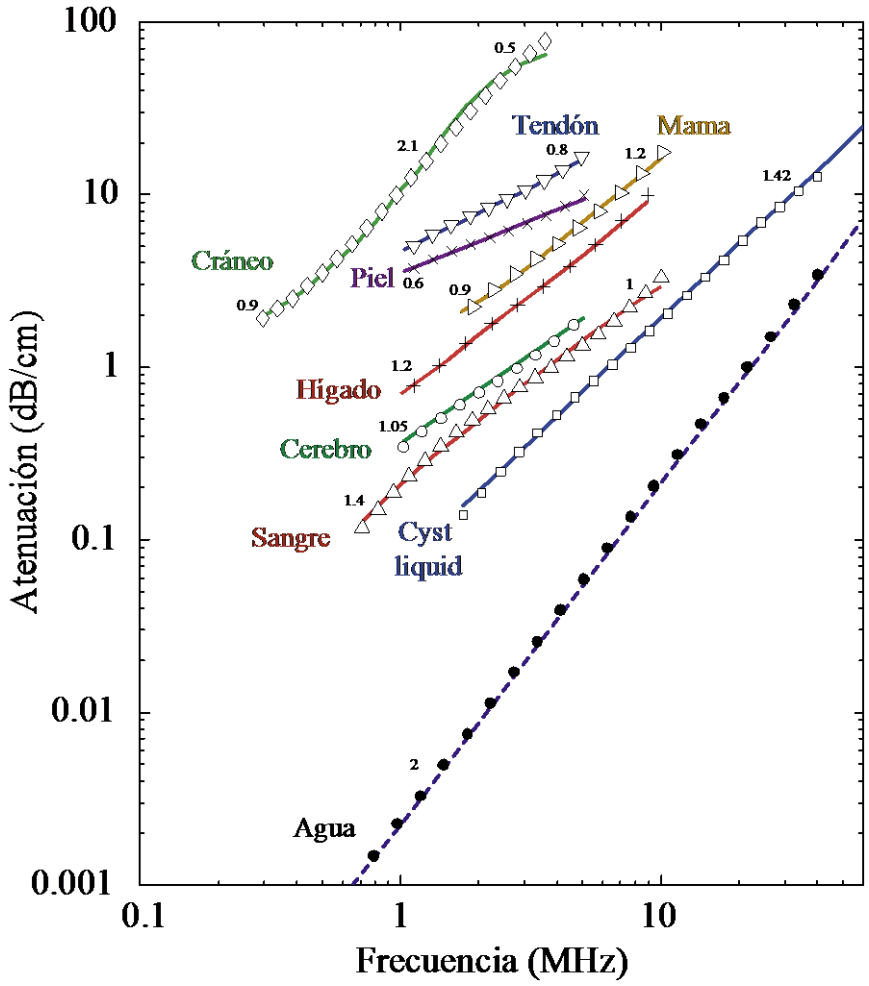


Modelado de Tejidos Biológicos

- Optimización

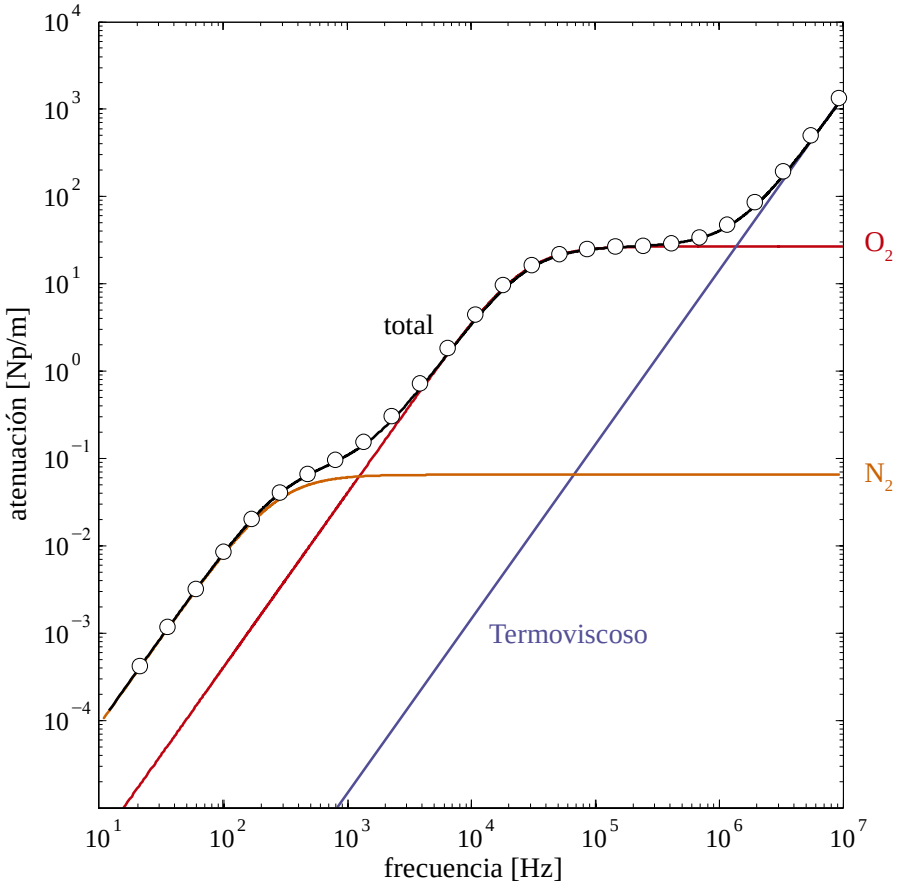
Error cometido (%)

Tejido	N=1	N=2	N=4
Piel: $f^{0,6}$	6,67	0,17	0,12
Hígado: $f^{1,2}$	7,62	0,52	0,16
Sangre: $f^{1,4}$, f^{1}	8,34	0,35	0,31
Pecho: $f^{0,9}$, $f^{1,2}$	5,20	0,22	0,20
Cráneo: $f^{0,9}$, $f^{2,1}$, $f^{0,5}$	10,6	10,54	5,19



Resultados: Relajación en Aire

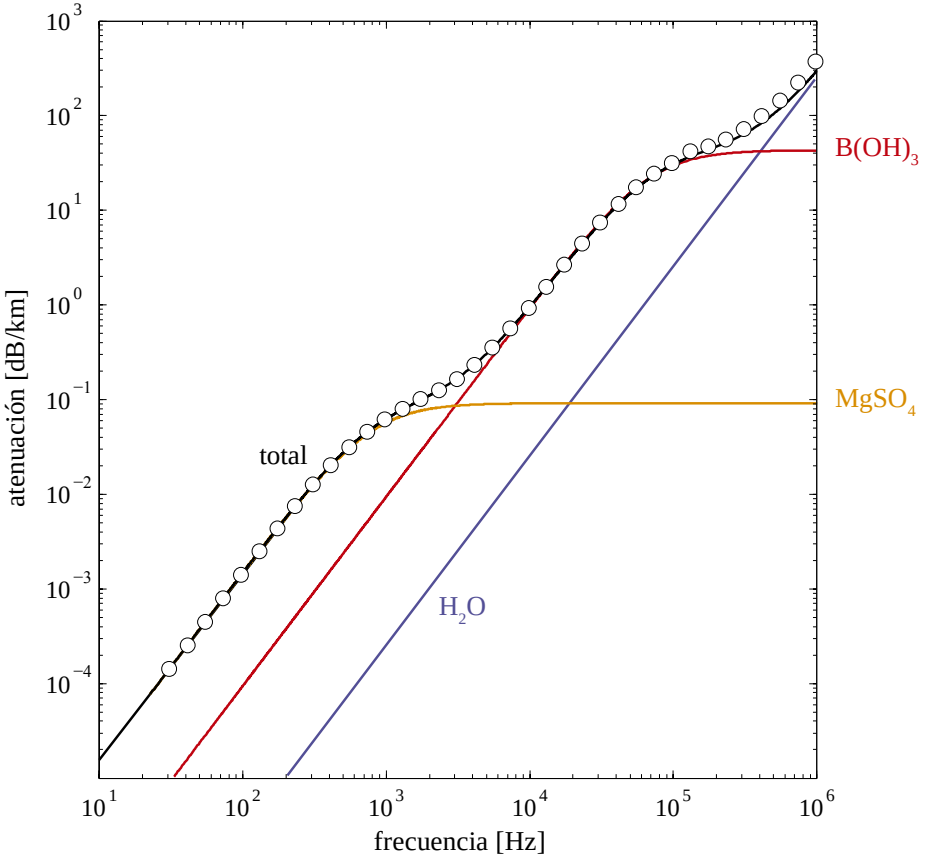
- Relajación
  - humedad relativa 34%,
  - Temp = 20°C
  - P = 1 atm
  - Nitrógeno [N_2]
    - f_n = 300 Hz
  - Oxigeno [O_2]
    - f_n = 26,5 kHz
- Viscosidad
  - $b = 4.86 \cdot 10^{-5}$ Pa ·s



P. V. Yuldashev. "Nonlinear Spherically Divergent Shock Waves Propagating in a Relaxing Medium". Acoustical Physics. 54(1), 32-41, 2008

Resultados: Agua de mar

- Relajación
  - Salinity = 35%
  - pH = 8.0
  - Temp = 4ºC
  - P = 1 atm
  - Ácido Bórico [$B(OH)_3$]
    - f_n = 0,78 - 1.7 kHz
  - Sulfato Magnesio [$MgSO_4$]
    - f_n = 69 - 240 kHz
- Viscosidad
  - Agua



F. H. Fisher. *Sound absorption in sea water.* J. Acoust. Soc. Am. 62(3). 558-564 (1977)

Conclusiones

- Formulación no convolutiva
  - Sistema completo (ρ, p, $\mathbf{v}$) dominio temporal
  - No lineal
  - Relajación
  - Sin operadores de convolución
- Resolución numérica
- Optimización
  - Curvas de atenuación medios complejos
- Validación
  - Aire / Agua de mar
  - Tejidos Biológicos

Líneas Futuras

- Monitorización HIFU por elastografía (HMI)
  - ARF → Propagación (weakly nonlinear)
  - Temperatura (Bio-heat Penne's equation)
  - c_0 (T) → distribución espacial RF
- Caracterización de haces en tejidos biológicos
  - Efectos de no linealidad vs. absorción no termoviscosa
  - Validación experimental
- Implementación:
  - Fully paralelization: CPU / GPU's

Ondas Acústicas de Amplitud Finita en Medios con Relajación:
Aplicación a la Modelización de Tejidos Biológicos

Gracias por su atención

Noé Jiménez, Javier Redondo,
Víctor Sánchez-Morcillo, Francisco Camarena