





Metadifusores

Difusores acústicos ultrafinos basados en metamateriales

Noé Jiménez[1], Trevor Cox[2], Vicent Romero-García[1], Jean-Philippe Groby[1]

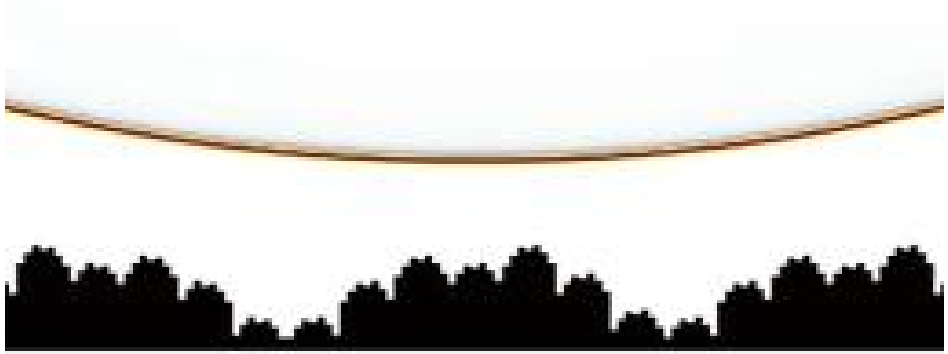
[1] Laboratoire d'Acoustique de la Universtité du Maine, UMR CNRS-6613, France
[2] Acoustics Research Centre, University of Salford, UK

Tecniacústica 2017, La Coruña, 3 Octubre 2017

Difusores de sonido en acústica de salas

¿Qué es un difusor de sonido?

- **Difusor**: superficie reflectante con una función de scattering polar uniforme



arqen.com/sound-diffusers/

Difusores de sonido en acústica de salas

¿Qué es un difusor de sonido?

- **Difusor**: superficie reflectante con una función de scattering polar uniforme
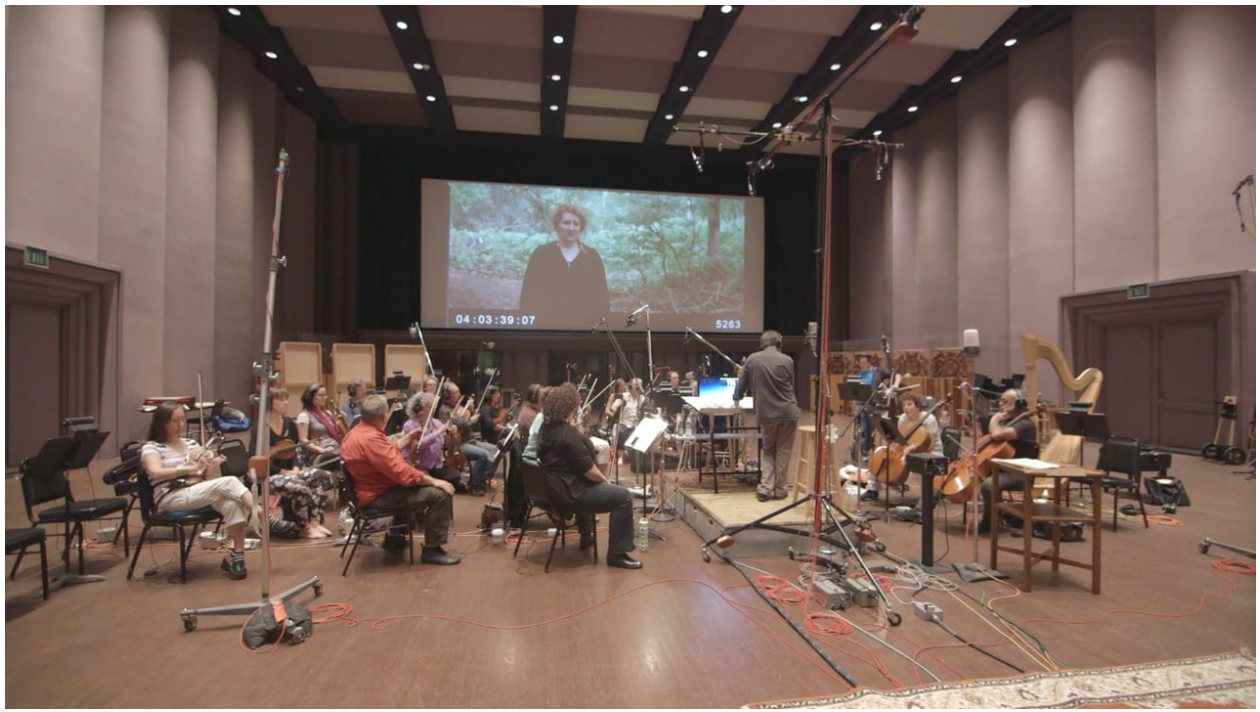


Oberlin College practice room, OH, USA

Difusores de sonido en acústica de salas

¿Qué es un difusor de sonido?

- **Difusor**: superficie reflectante con una función de scattering polar uniforme



Recording room for orchestra, Lucas Film's Skywalker Sound, CA, USA

Difusores de sonido en acústica de salas

¿Qué es un difusor de sonido?

- **Difusor**: superficie reflectante con una función de scattering polar uniforme



Control room, Blackbird Studio, Nashville, USA

Difusores de sonido en acústica de salas

¿Qué es un difusor de sonido?

- **Difusor**: superficie reflectante con una función de scattering polar uniforme

¿Cuales superficies son buenos difusores?

- **Aproximación de Fraunhofer-Fourier**: la presión dispersada en campo lejano es esencialmente una transformada de Fourier espacial del campo reflejado por la superficie

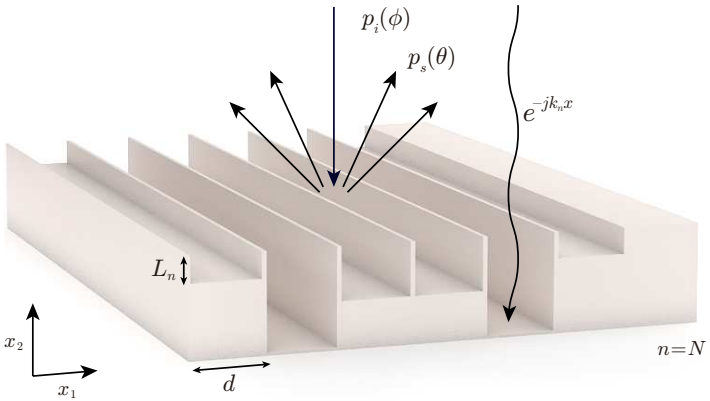
$$p_s(\theta) = \int_{-b}^{b} R(x) e^{jkx \sin\theta} dx$$

- Estructuras en las que su coeficiente de reflexión en funcion del espacio presente una transformada de Fourier espacial uniforme serán buenos candidatos para diseñar difusores de sonido.

Metadifusores

- Aproximación clásica: **Phase grating diffusers**, [*Schroeder JASA 275 57 (1975)*]
  - El coeficiente de reflexión se ajusta usando QWRs
  - La inversión de fase se consigue cuando $R = e^{i\pi} \rightarrow L = \lambda/4$

(a) Phase grating diffuser



n

Metadifusores

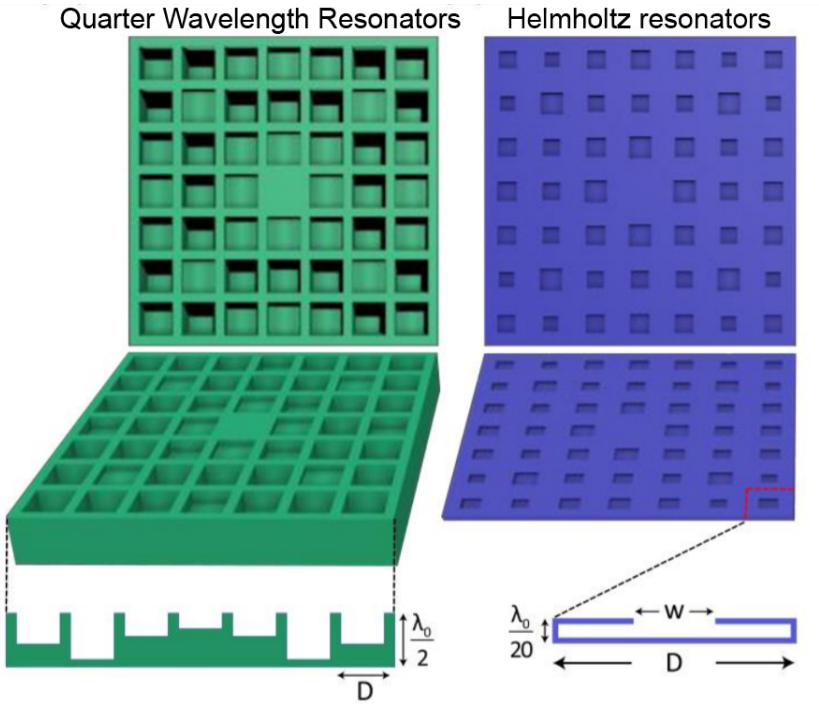
- Aproximación clásica: **Phase grating diffusers**, [*Schroeder JASA 275 57 (1975)*]
  - El coeficiente de reflexión se ajusta usando QWRs
  - La inversión de fase se consigue cuando $R = e^{i\pi} \rightarrow L = \lambda/4$



D'Antonio, P. Planar binary amplitude diffusor (1998). US Patent 5,817,992.

Metadifusores

- Aproximación clásica: **Phase grating diffusers**, [*Schroeder JASA 275 57 (1975)*]
  - El coeficiente de reflexión se ajusta usando QWRs
  - La inversión de fase se consigue cuando $R = e^{i\pi} \rightarrow L = \lambda/4$

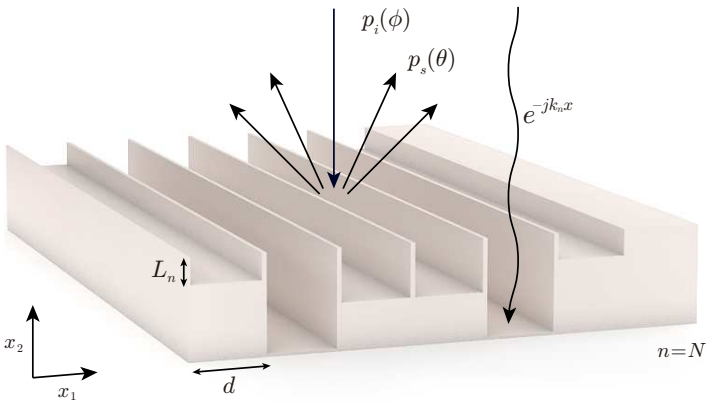


Yifan Zhu, Phys. Rev. X 7, 021034 (2017)

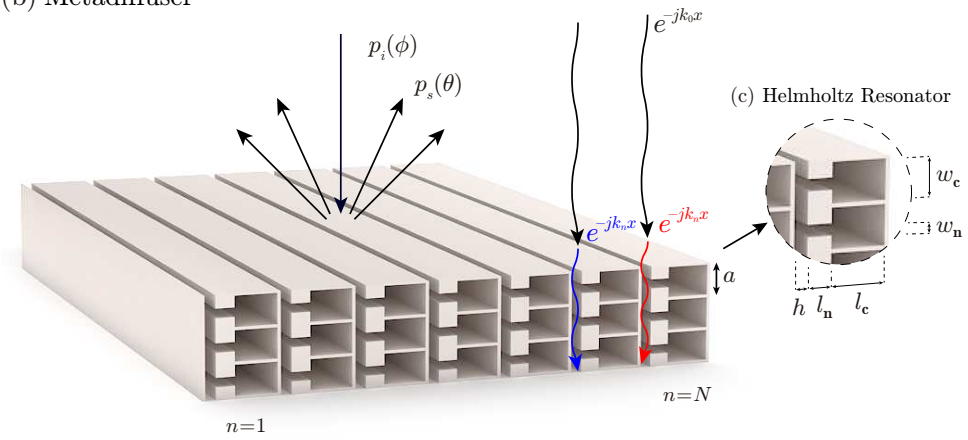
Metadifusores

- Aproximación clásica: **Phase grating diffusers**, [*Schroeder JASA 275 57 (1975)*]
  - El coeficiente de reflexión se ajusta usando QWRs
  - La inversión de fase se consigue cuando $R = e^{i\pi} \rightarrow L = \lambda/4$
- Nuestra propuesta: **Metadifusores**
  - Introducir dispersión fuerte para generar propagación lenta empleando metamateriales
  - La inversión de fase se consigue cuando $R = e^{i\pi} \rightarrow L = \lambda_{eff}/4$

(a) Phase grating diffuser



(b) Metadiffuser



(c) Helmholtz Resonator

Modelos

1. **Transfer Matrix Method (TMM)**
   - Las **pérdidas termoviscosas** se introducen analíticamente en el metamaterial empleando densidad y módulo de bulk complejos [1]
   - **Correcciones de radiación** (*correcciones de cuello*) se incluyen en los resonadores y en las ranuras
   - **Coeficiente de reflexión** de la n-ésima ranura:

$$R^{[n]} = \frac{T_{11}^{[n]} - Z_0 T_{21}^{[n]}}{T_{11}^{[n]} + Z_0 T_{21}^{[n]}}.$$

   con $Z_0 = \rho_0 c_0 / S_0$,

   - **Campo lejano**:

$$p_s(\theta) = \int_{-b}^{b} R(x) e^{jkx \sin\theta} dx$$

2. Validación con **el método de los elementos finitos (FEM)**
   - Teniendo en cuenta las pérdidas termoviscosas en el metamaterial

[1] MR. Stinson, J Acoust Soc Am 89(**2**) 550 (1991)

Modelo teórico

- **Coeficiente de difusión**, δ_ϕ (ISO 17497)

$$\delta_\phi = \delta = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} I_i\right)^2 - \sum_{i=1}^{n} I_i^2}{(n-1)\sum_{i=1}^{n} I_i^2},$$

  - donde $I_s(\theta)$ es la intensidad polar para un ángulo de incidencia ϕ.

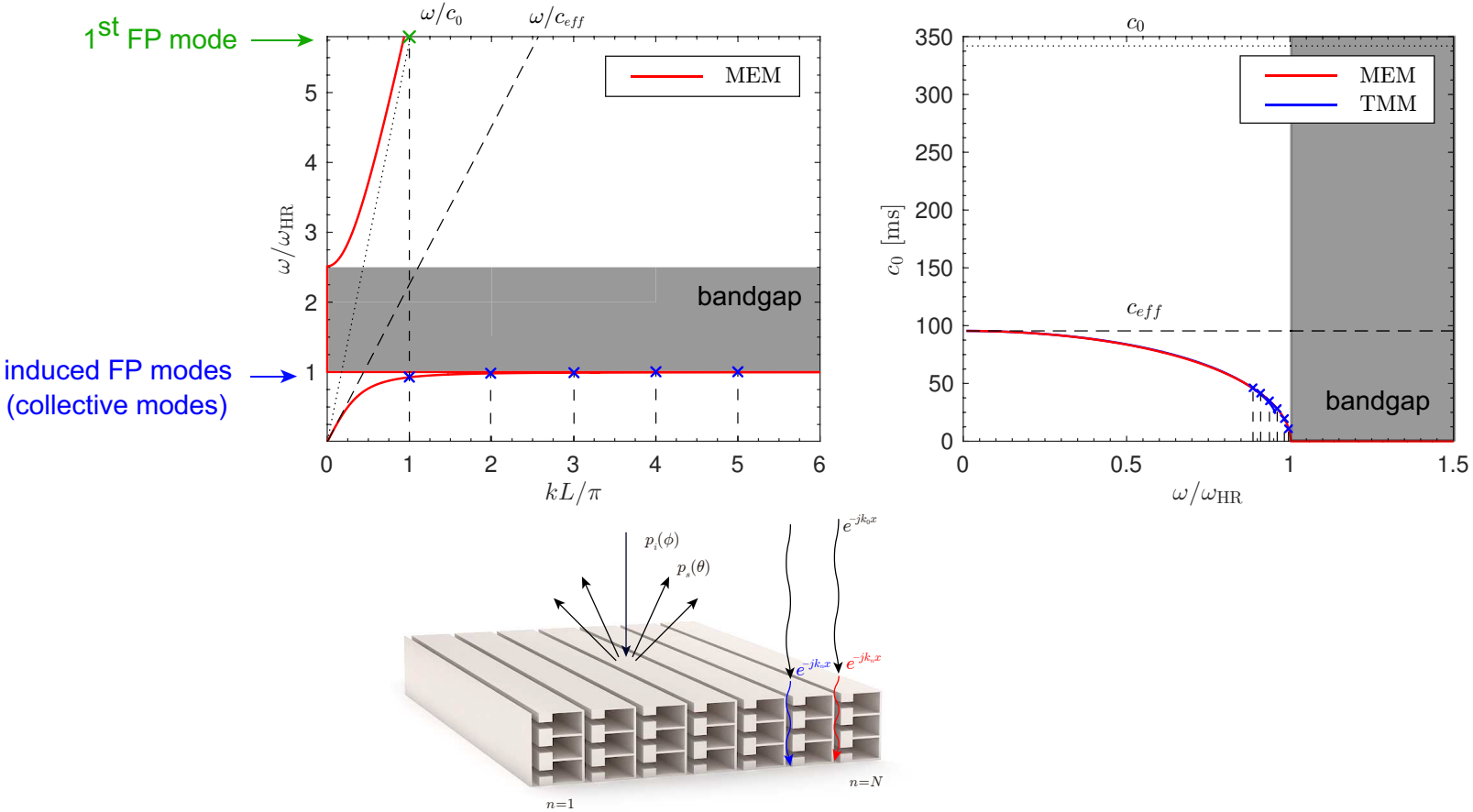
- **Coeficiente de difusión normalizado**, δ_n,

$$\delta_n = \frac{\delta_\phi - \delta_\mathrm{flat}}{1 - \delta_\mathrm{flat}},$$

  - para eliminar el efecto del la dimensión finita del panel

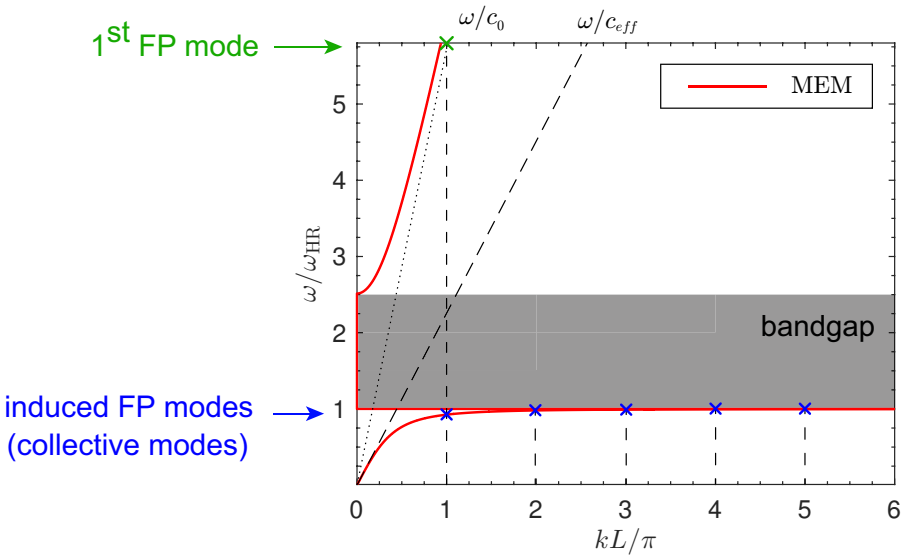
Relacción de dispersión en las ranura

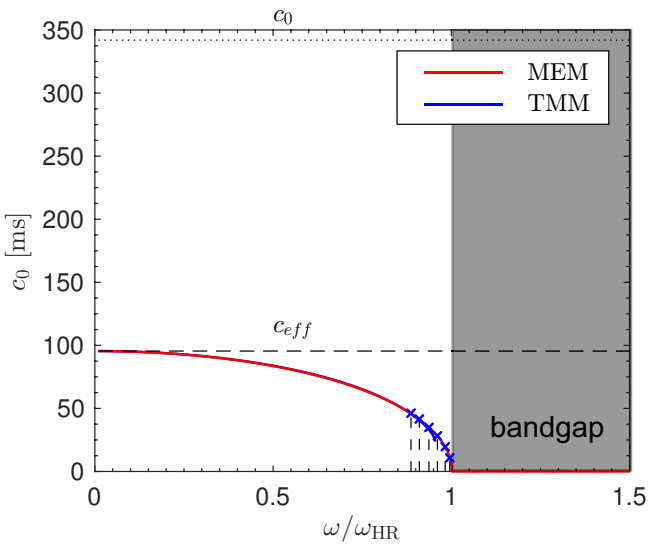
- Creamos una banda de propagación prohibida
- Propagación fuertemente dispersiva en el resto

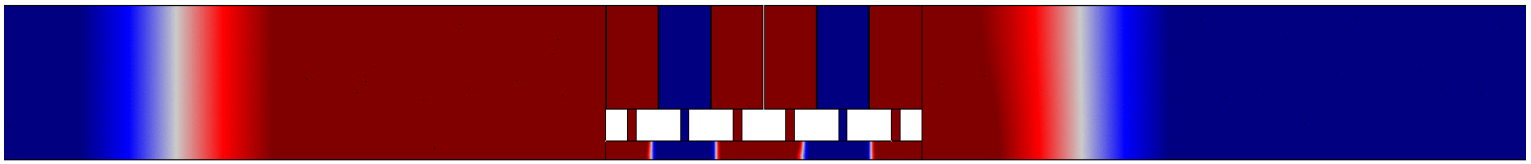


Relacción de dispersión en las ranura

- Creamos una banda de propagación prohibida
- Propagación fuertemente dispersiva en el resto

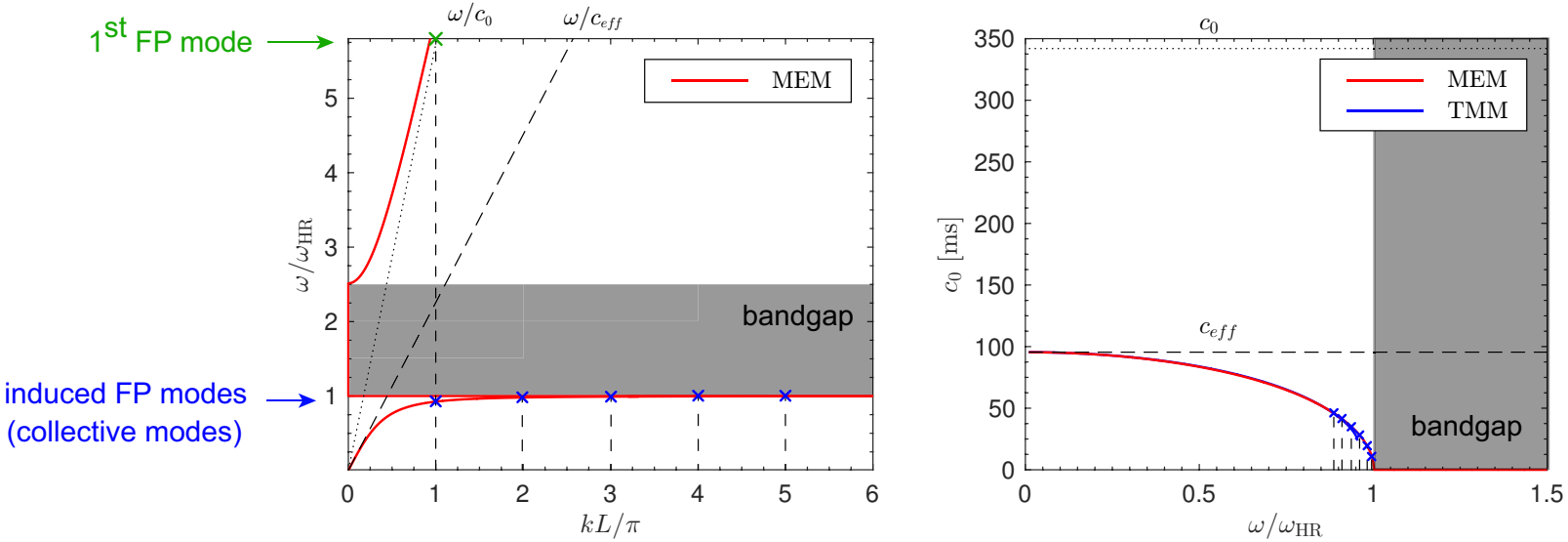


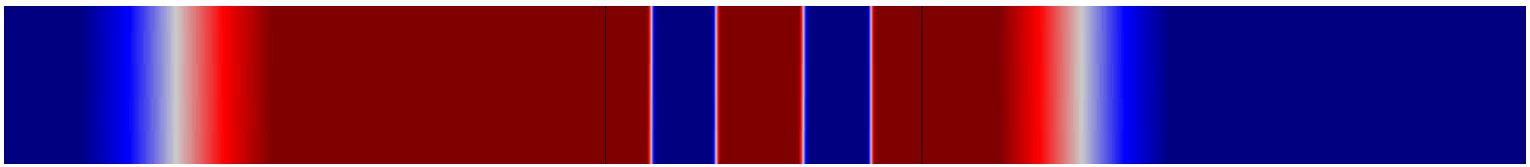




Relacción de dispersión en las ranura

- Creamos una banda de propagación prohibida
- Propagación fuertemente dispersiva en el resto

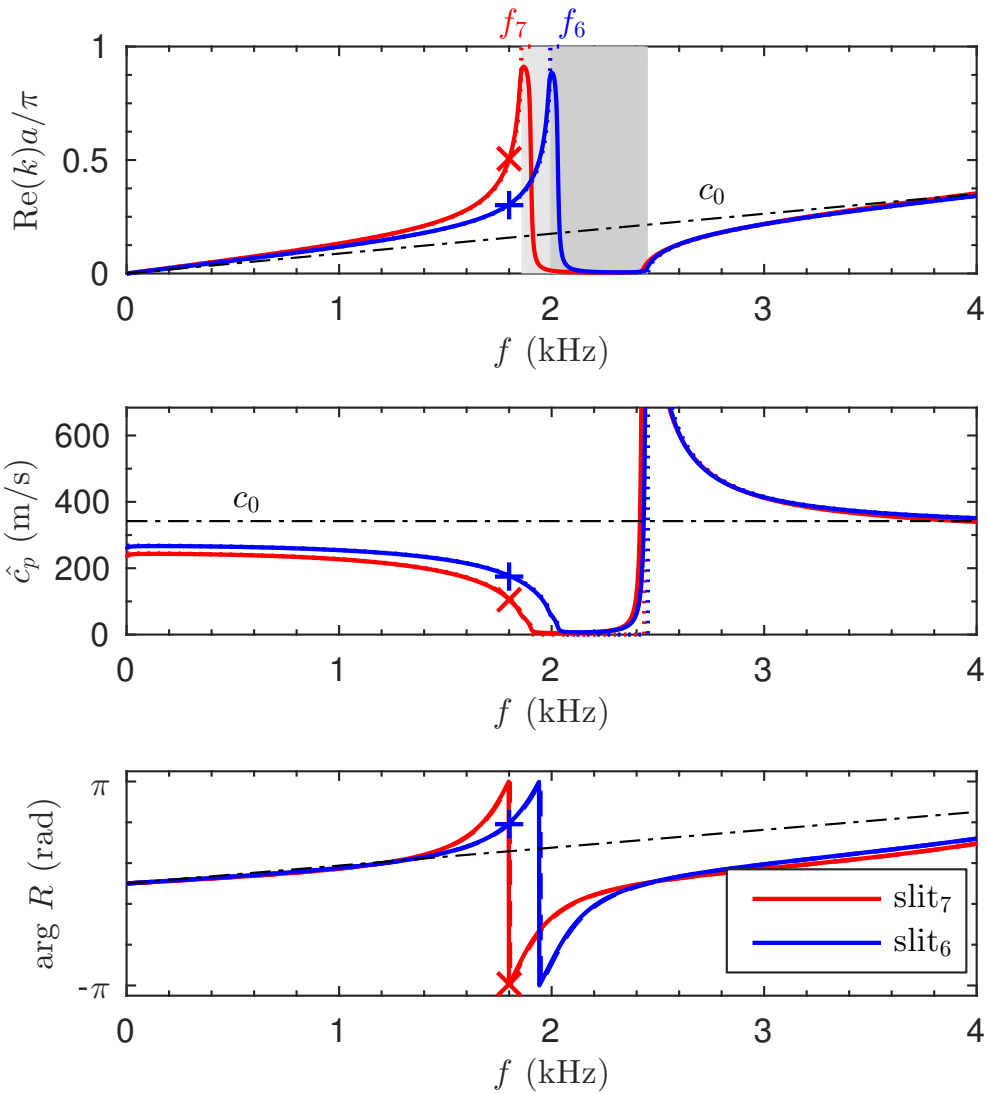




- Los modos de cavidad (colectivos) aparecen a bajas frecuencias
- **Cada ranura se comporta como un resonador mucho más pequeño que la longitud de onda**

Ajustando la reflexión variando la dispersión

- Dos ranuras: A y B
- HR $\rightarrow$ dispersión
- Ajustar la fase del coeficiente de reflexión



Secuencias con transformada de Fourier uniforme

1. **Difusores de residuo cuadrático (QRD)**
   - **Secuencia QR**:

$$s_n = n^2 \mathrm{mod} N,$$

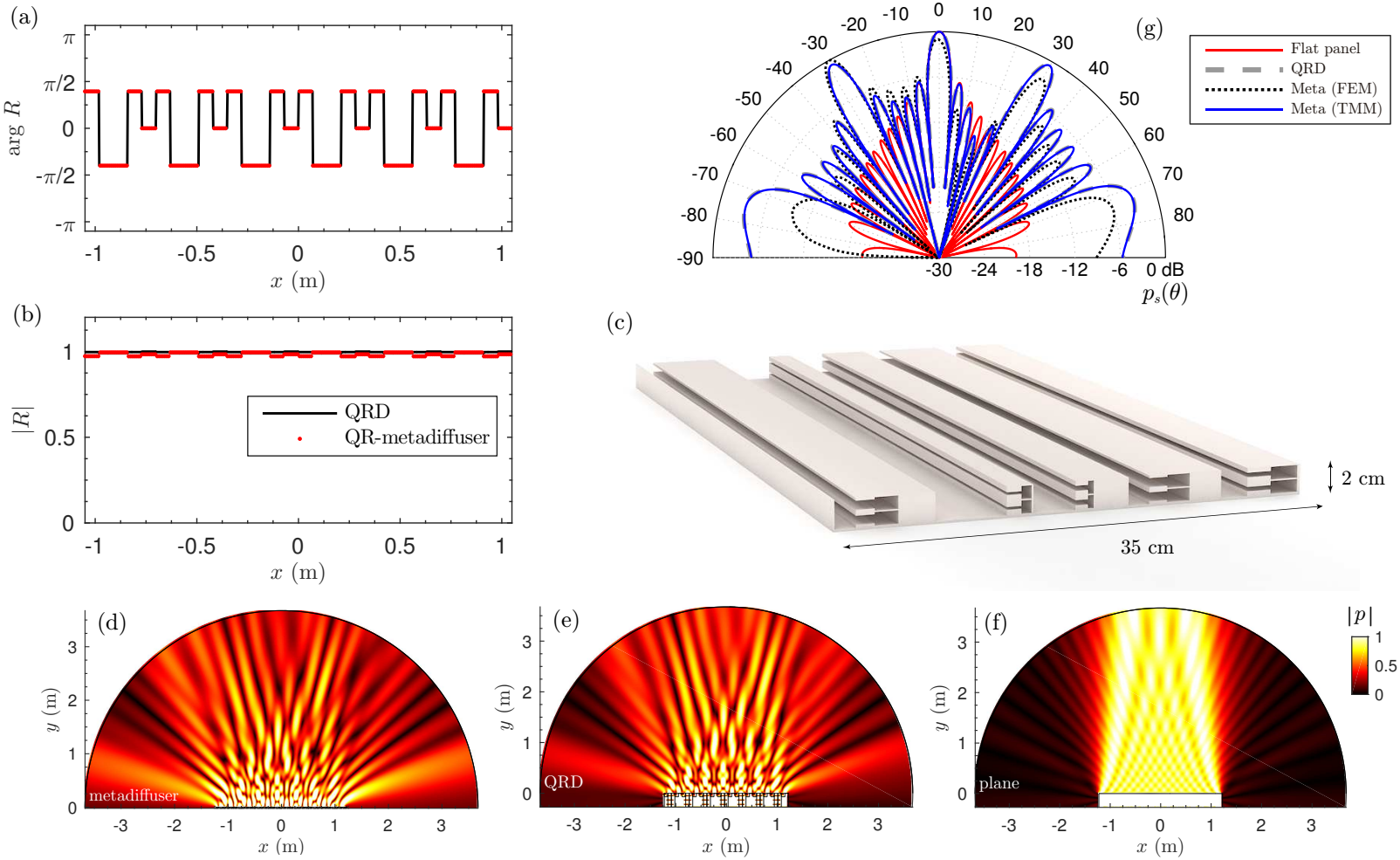
dónde N es un número primo.

- **Schroeder**: ajustar la longitud de cada ranura (QWR) para ajustar el coeficiente de reflexión acorde a la secuencia QR.
- **Metadifusores**: ajustar la dispersión dentro de las ranuras para ajustar el coeficiente de reflexión acorde a la secuencia QR.

Secuencias con transformada de Fourier uniforme

1 Difusores de residuo cuadrático (QRD)

▶ metadifusor-QR ▶ $N = 5$ ▶ $f = 500$ Hz ▶ $L_{\text{meta}} = \lambda/34$



Secuencias con transformada de Fourier uniforme

2 **Difusor de raíz primitiva (PRD)**

- **secuencia PR** :

$$s_n = r^n \mathrm{mod} P,$$

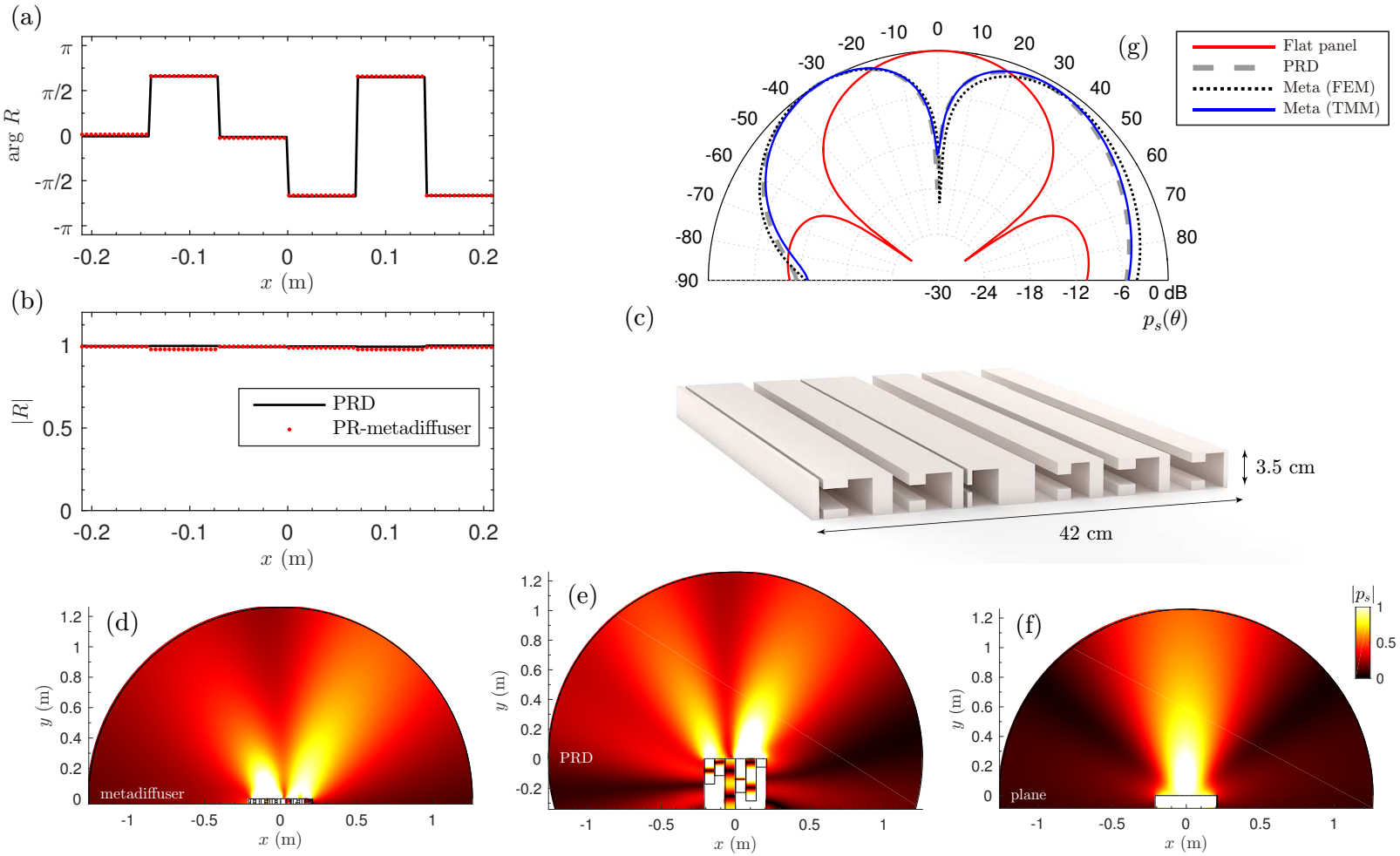
dónde P es un número prime y r es la raíz primitiva de P.

- **Schroeder**: ajustar la longitud de cada ranura (QWR) para ajustar el coeficiente de reflexión acorde a la secuencia PR.
- **Metadifusores**: ajustar la dispersión dentro de las ranuras para ajustar el coeficiente de reflexión acorde a la secuencia PR.

Secuencias con transformada de Fourier uniforme

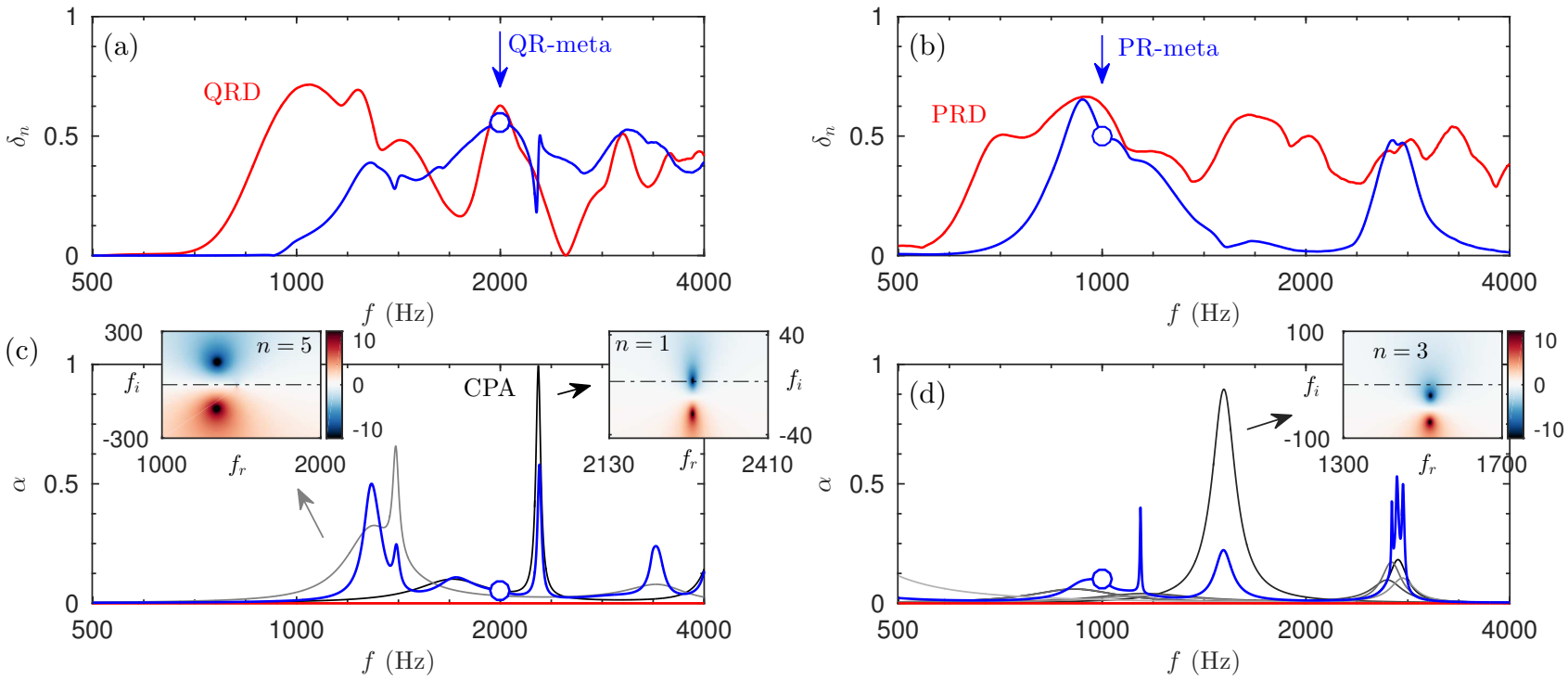
2 Difusor de raíz primitiva (PRD)

▶ metadifusor-PR ▶ $P = 7$ ▶ $f = 500$ Hz ▶ $L_{\text{meta}} = \lambda/20$



Respuesta en frecuencia

- **Coeficiente de difusión y absorción**:
  - Empleando HR el ancho de banda (en general), se reduce: optimización.



- **Observamos absorción perfecta!** a las frecuencias dónde se cumplen las condiciones de acoplo crítico! [1]

[1] N. Jiménez *et. al.* App. Phys. Lett. 109 (**12**) 121902 (2016)

Secuencias con transformada de Fourier uniforme

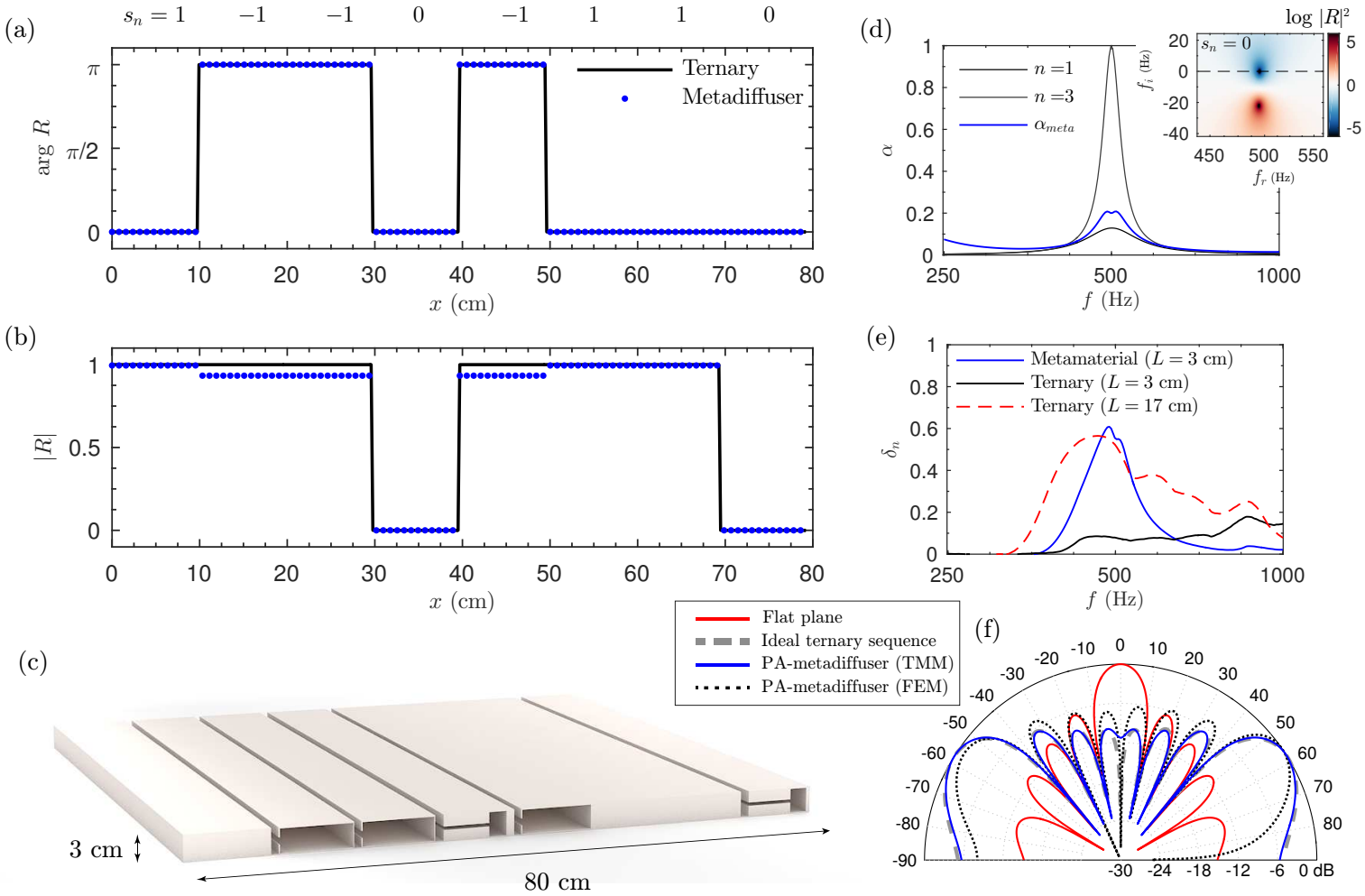
3 **Secuencia ternaria**

- Compuesta por [1, -1, 0] bits
  “1” : Reflector Perfecto
  “-1” : Inversor de fase
  “0” : Absorbente perfecto
- Solo se necesitan 2 ranuras diferentes!
- MLS ternaria: El espectro no tiene valor medio: no hay reflexión especular

Secuencias con transformada de Fourier uniforme

3 Secuencia ternaria

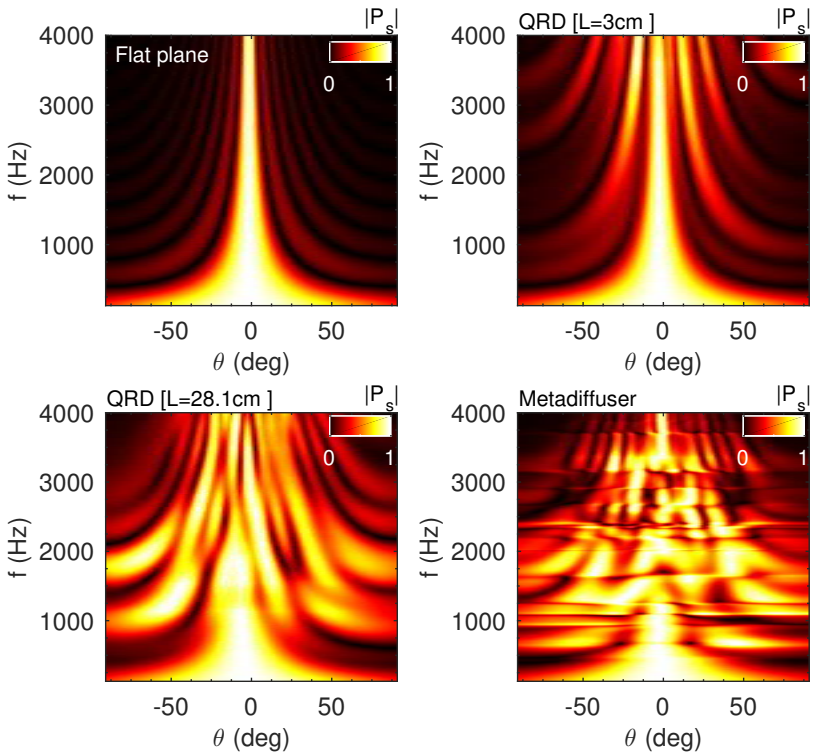
▶ PA-metadiffuser (ternary MLS) ▶ $N = 8$ ▶ $f = 500$ Hz ▶ $L_{\text{meta}} = \lambda/20$

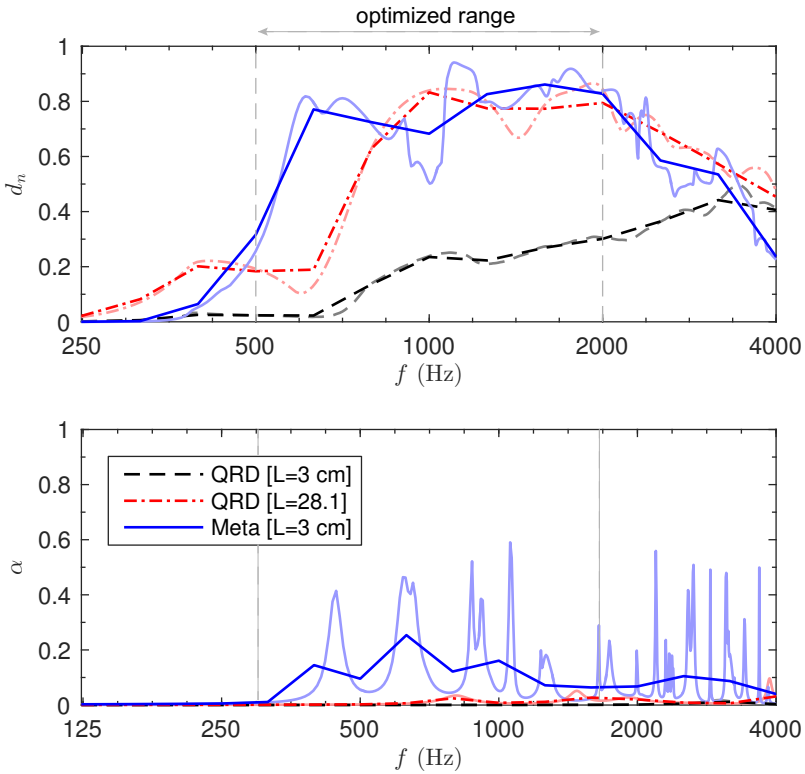


Metadifusores óptimos de banda ancha

4 Metadifusores de banda ancha

- **Optimizar el coeficiente de difusión**: la estructura óptima es una mezcla de absorbentes perfectos, reflector perfectos (BG) y secuencias de fase.
- QRD: $L = 56$ cm
- Metadifusor óptimo: $L = 3$ cm, $(N = 11, M = 2)$
- $L_{\text{meta}} = \lambda/45$ (20 veces más fino que un QRD), funciona en 4 octavas!





Conclusiones

1. **Metadifusores**
   - QRD, PRD ▶ $L \approx \lambda/30$
   - Secuencias ternarias empleando absorción perfecta ▶ $L = \lambda/10$
   - Metadifusores óptimos de banda ancha ▶ $L = \lambda/45$

Conclusiones

1. **Metadifusores**
   - QRD, PRD ▶ $L \approx \lambda/30$
   - Secuencias ternarias empleando absorción perfecta ▶ $L = \lambda/10$
   - Metadifusores óptimos de banda ancha ▶ $L = \lambda/45$

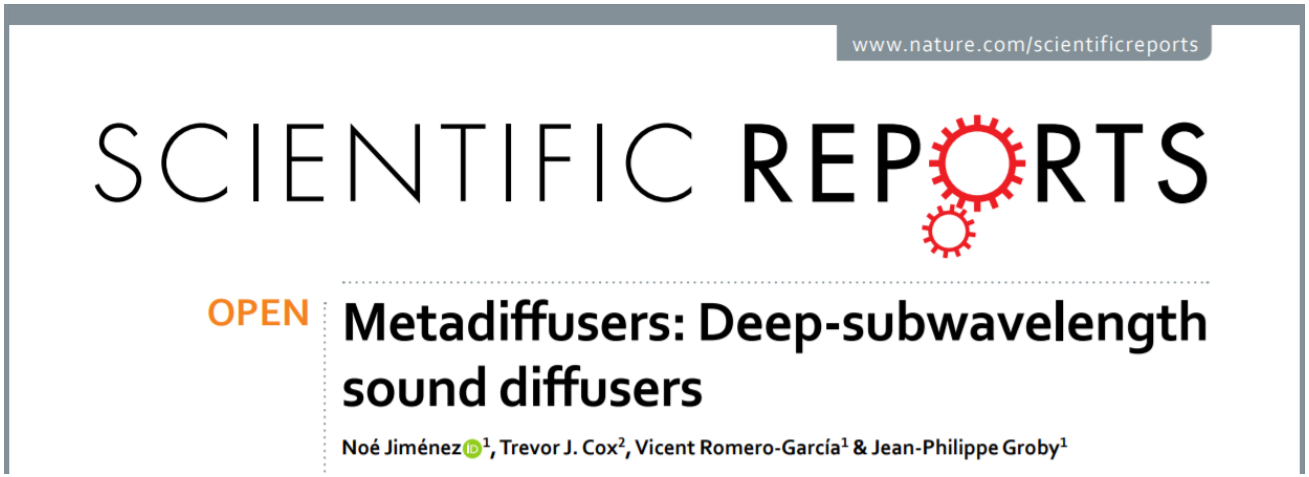
2. **Metamateriales**: resonadores de Helmholtz y propagación lenta
   - Versátiles: amplio abanico de problemas
   - Basados en HR: duración ante el envejecimiento / condiciones extremas
   - Vacíos y abiertos: poco peso, transparentes a la luz y al flujo de aire
   - Gran libertad de diseño: optimización multi-funcional, estructural, estética
   - Construcción: estructuras complejas en 3D ...

Project funded by the Metaudible ANR project ANR-13-BS09-0003

Funded by the Horizon 2020 Framework Programme of the European Union

Gracias por vuestra atención!

Podéis encontrar más detalles en el artículo:
Noé Jiménez et. al. *Scientific Reports*, 7 (1) 5389 (2017)



Modelo

Transfer matrix method, (TMM): Matriz de transferencia

- La matrix de transferencia relaciona la presón y la velocidad de partícula al inicio y final de la estructura:
- Para la n-ésima ranura de longitud L, la matriz $\mathbf{T}^n$:

$$\begin{bmatrix} P^n \\ V^n \end{bmatrix}_{y=0} = \mathbf{T}^n \begin{bmatrix} P^n \\ V^n \end{bmatrix}_{y=L} = \begin{bmatrix} T_{11}^n & T_{12}^n \\ T_{21}^n & T_{22}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^n \\ V^n \end{bmatrix}_{y=L} .$$

- Para un array de M resonadores idénticos, $\mathbf{T}^n$:

$$\mathbf{T}^n = \begin{bmatrix} T_{11}^n & T_{12}^n \\ T_{21}^n & T_{22}^n \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{\Delta l_{\text{slit}}}^n \left(\mathbf{M}_{\mathbf{s}}^n \mathbf{M}_{\text{HR}}^n \mathbf{M}_{\mathbf{s}}^n\right)^M .$$

- Caso de diferentes HRs:

$$\mathbf{T}^n = \begin{bmatrix} T_{11}^n & T_{12}^n \\ T_{21}^n & T_{22}^n \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{\Delta l_{\text{slit}}}^n \prod_{m=1}^{M} \left(\mathbf{M}_{\mathbf{s}}^n \mathbf{M}_{\text{HR}}^{n,m} \mathbf{M}_{\mathbf{s}}^n\right) .$$

Modelo

Elementos de la matriz de transferencia:

1. Ranura principal, $\mathbf{M}_{\mathbf{s}}^{n}$:

$$\mathbf{M}_{\mathbf{s}}^{n} = \begin{bmatrix} \cos\left(k_{\mathbf{s}}^{n}\frac{a}{2}\right) & iZ_{\mathbf{s}}^{n}\sin\left(k_{\mathbf{s}}^{n}\frac{a}{2}\right) \\ \frac{i}{Z_{\mathbf{s}}^{n}}\sin\left(k_{s}^{n}\frac{a}{2}\right) & \cos\left(k_{\mathbf{s}}^{n}\frac{a}{2}\right) \end{bmatrix},$$

   - Impedancia $Z_{\mathbf{s}}^{n} = \sqrt{\kappa_{\mathbf{s}}^{n}\rho_{\mathbf{s}}^{n}}/S_{\mathbf{s}}^{n}$ y $S_{\mathbf{s}}^{n} = h^{n}\,a$.

2. Resonadores : matrix de transferencia en paralelo como $\mathbf{M}_{\mathrm{HR}}^{n}$:

$$\mathbf{M}_{\mathrm{HR}}^{n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_{\mathrm{HR}}^{n} & 1 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

3. Corrección de radiación, $\mathbf{M}_{\Delta l_{\mathrm{slit}}}^{n}$:

$$\mathbf{M}_{\Delta l_{\mathrm{slit}}}^{n} = \begin{bmatrix} 1 & Z_{\Delta l_{\mathrm{slit}}}^{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{2}$$

   - Impedancia de radiación $Z_{\Delta l_{\mathrm{slit}}}^{n} = -i\omega\Delta l_{\mathrm{slit}}^{n}\rho_{0}/\phi_{t}^{n}S_{0}$, $S_{0} = d\,a$, ρ_{0} la densidad del aire y $\Delta l_{\mathrm{slit}}^{n}$ la longitud de la correcón de radiación.

Modelo

1 **Resonador de Helmholtz**: con correciónes de cuello

- Impedancia:

$$Z_{\mathrm{HR}}^{n,m} = -i\frac{\cos(k_{\mathbf{n}}l_{\mathbf{n}})\cos(k_{\mathbf{c}}l_{\mathbf{c}}) - Z_{\mathbf{n}}k_{\mathbf{n}}\Delta l\cos(k_{\mathbf{n}}l_{\mathbf{n}})\sin(k_{\mathbf{c}}l_{\mathbf{c}})/Z_{\mathbf{c}} - Z_{\mathbf{n}}\sin(k_{\mathbf{n}}l_{\mathbf{n}})\sin(k_{\mathbf{c}}l_{\mathbf{c}})/Z_{\mathbf{c}}}{\sin(k_{\mathbf{n}}l_{\mathbf{n}})\cos(k_{\mathbf{c}}l_{\mathbf{c}})/Z_{\mathbf{n}} - k_{\mathbf{n}}\Delta l\sin(k_{\mathbf{n}}l_{\mathbf{n}})\sin(k_{\mathbf{c}}l_{\mathbf{c}})/Z_{\mathbf{c}} + \cos(k_{\mathbf{n}}l_{\mathbf{n}})\sin(k_{\mathbf{c}}l_{\mathbf{c}})/Z_{\mathbf{c}}}$$

- Longitud de las correcciónes:

$$\Delta l^{n,m} = \Delta l_1^{n,m} + \Delta l_2^{n,m}$$

- dónde

$$\Delta l_1^{n,m} = 0.41\left[1 - 1.35\frac{w_{\mathbf{n}}^{n,m}}{w_{\mathbf{c}}^{n,m}} + 0.31\left(\frac{w_{\mathbf{n}}^{n,m}}{w_{\mathbf{c}}^{n,m}}\right)^3\right]w_{\mathbf{n}}^{n,m},$$

$$\Delta l_2^{n,m} = 0.41\left[1 - 0.235\frac{w_{\mathbf{n}}^{n,m}}{w_{\mathbf{s}}^{n}} - 1.32\left(\frac{w_{\mathbf{n}}^{n,m}}{w_{\mathbf{s}}^{n}}\right)^2 + 1.54\left(\frac{w_{\mathbf{n}}^{n,m}}{w_{\mathbf{s}}^{n}}\right)^3 - 0.86\left(\frac{w_{\mathbf{n}}^{n,m}}{w_{\mathbf{s}}^{n}}\right)^4\right]w_{\mathbf{n}}^{n,m}.$$

2 **Corrección de radiacion para las ranuras**

$$\Delta l_{\mathrm{slit}}^{n} = h^n\sigma^n\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2(n\pi\sigma^n)}{(n\pi\sigma^n)^3}.$$

- dónde la porosidad es $\sigma^n = h^n/d$.

Modelo

Pérdidas termoviscosas:

1. Parámetros efectivos

$$\rho_{\text{eff}} = \rho_0 \left[1 - \frac{\tanh\left(rG_\rho\right)}{rG_\rho}\right]^{-1},$$

$$\kappa_{\text{eff}} = \kappa_0 \left[1 + (\gamma - 1)\frac{\tanh\left(rG_\kappa\right)}{rG_\kappa}\right]^{-1},$$

   - $G_\rho = \sqrt{\imath\omega\rho_0/\eta}$ y $G_\kappa = \sqrt{\imath\omega\text{Pr}\rho_0/\eta}$,

2. Para las ranuras, $\rho_{\mathbf{s}}^n$ y $\kappa_{\mathbf{s}}^n$
   - $r = h^n/2$.

3. Para los resonadores: $\rho_{\mathbf{n}}^{n,m}$, $\kappa_{\mathbf{n}}^{n,m}$ y $\rho_{\mathbf{c}}^{n,m}$, $\kappa_{\mathbf{c}}^{n,m}$
   - $r = w_{\mathbf{n}}^{n,m}/2$ y $r = w_{\mathbf{c}}^{n,m}/2$ para el resonador m en la ranura n.

MR. Stinson, J Acoust Soc Am 89(**2**) 550 (1991)

Modelo

1. **Coeficiente de reflexión** para la ranura n:

$$R^n = \frac{T_{11}^n - Z_0 T_{21}^n}{T_{11}^n + Z_0 T_{21}^n}.$$

con $Z_0 = \rho_0 c_0 / S_0$,

2. **Absorción** para cada ranura:

$$\alpha^n = 1 - |R^n|^2$$

3. **Parámetros efectivos** :

$$k_{\text{eff}}^n = \frac{1}{L} \cos^{-1}\left(\frac{T_{11}^n + T_{22}^n}{2}\right), Z_{\text{eff}}^n = \sqrt{\frac{T_{12}^n}{T_{21}^n}}.$$

4. Scattering en **campo lejano**

$$p_s(\theta) = \int_{-b}^{b} R(x) e^{jkx \sin\theta} dx$$